МИНИСТЕРСТВО СЕЛЬСКОГО ХОЗЯЙСТВА РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение

высшего профессионального образования

«Якутская государственная сельскохозяйственная академия»

Экономический факультет

Кафедра математики и информатики

**МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ И КОНТРОЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ**

Дисциплина: М.1.Б.2. Математические методы в биологии

Образовательная программа: 111100 Зоотехния

Профиль: Частная зоотехния, производство продуктов животноводства

Степень магистратура

Якутск – 2013 г.

Разработчик - к.п.н., доцент кафедры математики и информатики экономического факультета Гоголева И.В.

Обсуждено кафедрой математики и информатики экономического факультета, протокол заседания кафедры № \_\_\_\_\_ от «\_\_\_\_»\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

Одобрено методической комиссии экономического факультета, протокол заседания методической комиссии факультета № \_\_ от «\_\_\_»\_\_\_\_\_\_\_ 20\_\_г.

Утверждено методическим советом «Якутская ГСХА», протокол заседания методической комиссии факультета № \_\_ от «\_\_\_»\_\_\_\_\_\_\_ 20\_\_г.

**Раздел 1.**

**Общие методические рекомендации по изучению дисциплины**

* 1. **Введение**

Целью дисциплины М.1.Б.2. «Математические методы в биологии» является общая математическая подготовка магистра 111100 «Зоотехния», профиля «Частная зоотехния, производство продуктов животноводства», путем ознакомления современными методами статистической обработки данных с использованием персональных компьютеров в биологических исследованиях; при количественном анализе экспериментальных данных; при организации и планировании эксперимента с использованием методов математической обработки результатов производственных процессов для решения профессиональных задач в области технологии производства продукции животноводства, племенной работы, кормления животных и технологии кормов, разработки технологических нормативов в области непродуктивного животноводства на основе лабораторных и производственных экспериментов с использованием современной вычислительной техники; при реализации современных технологий в животноводстве; при анализе полученной информации, обобщения и систематизации результатов исследований с использованием современной техники и технологий.

На основе изложенных требований, данная дисциплина преследует следующие цели:

* овладеть основными категориями теории вероятностей и методами статистической обработки информации в приложение к задачам биотехнологии;
* приобрести практические навыки по методам статистических исследований в биологии, вычислений важнейших статистических показателей и закономерностей, характеризующих совокупности биологических объектов для их эффективного применения в профессиональной деятельности;
* привить умение самостоятельно изучать математическую, учебную и научную литературу; развить аналитическое, логическое, абстрактное, креативное мышление; повысить общий уровень математической культуры;
* выработать навыки математического исследования прикладных вопросов и умение перевести задачу на математический язык;
* ознакомить основами математического моделирования социально-экономических, производственных процессов (методами и моделями).

В ходе ее достижения формирования знаний, умений и навыков решаются задачи по следующим направлениям деятельности;

* изучение основ теории вероятностей и математической статистики;
* овладение методами решения задач по теории вероятностей и математической статистике;
* овладение практическими навыками статистической обработки экспериментальных данных;
* научиться проводить статистическую оценку вариационных рядов, средних величин, разнообразия значений признаков, распределять объекты по значению признака, репрезентативность выборочных показателей, оценку достоверности статистических показателей, корреляционный анализ, регрессионный анализ, дисперсионный анализ, моделирование биологических процессов.

**1.2. Связь с другими дисциплинами**

Для изучения данной дисциплины М.1.Б.2.«Математические методы в биологии» необходимы знания в области высшей математики, основ информатики и экономической теории (микроэкономики), общепрофессиональных дисциплин направления «Зоотехния», профиля «Частная зоотехния, производство продуктов животноводства»: биологическая физика; химия; биология, зоология, физиология и этология животных; ветеринарная микробиология; биотехнология; иммунология; ветеринарная генетика, разведение с основами частной зоотехнии; кормление животных с основами кормопроизводства; радиобиология; клиническая диагностика; инструментальные методы диагностики; методы научных исследований; лабораторная диагностика.

Разделы дисциплины и междисциплинарные связи

с обеспечиваемыми (последующими) дисциплинами

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| № п/п | Наименование обеспечиваемых (последующих) дисциплин | № № разделов данной дисциплины, необходимых для изучения обеспечиваемых (последующих) дисциплин |
| 1 | 2 | 3 |
| 1. | История и философия науки |  | **+** |  |
| 2. | Информационные технологии в науке и производстве | + | + | + |
| 3. | Методология науки |  | + |  |
| 4. | Современные проблемы зоотехнии |  | + | + |

**1.3. Требования к уровню освоения дисциплины**

Данная рабочая программа пред­на­зна­чена для реа­ли­за­ции тре­бо­ва­ний к ми­ни­му­му со­дер­жа­ния основной образовательной программы, уров­ню под­го­тов­ки и методике освоения студентами учеб­ной дис­ци­п­ли­ны, определенных ФГОС ВПО и учебным планом магистратуры 111100 «Зоотехния» профиля «Частная зоотехния, производство продуктов животноводства» и регламентирует деятельность преподавателей, учебную работу студентов.

В результате освоения дисциплины студент должен:

* знать основные категории теории вероятностей и методы статистической обработки информации в приложении к задачам биогенетики, биотехнологии; математические расчеты адекватности основных компонентов пищи при проектировании новых видов продукции животноводства; вероятностные модели для конкретных процессов и проведение расчетов в рамках построенных моделей; основные элементы теории проверки статистических гипотез; критерии значимости для параметров, построение наиболее мощных критериев; критерии на зависимость признака и однородных данных;
* уметь использовать накопленный опыт; разрабатывать новые количественные методы и контроля безопасности сырья и продуктов животного происхождения; формулировать и ставить математическую постановку задачи; пользоваться информационной технологией; анализировать, оптимизировать решения задач; заниматься самообразованием; демонстрировать практические умения в учебном процессе и в практической деятельности;
* владеть приемами проведения научных исследований методами применения математических методов в технических приложениях.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Индекс | **Наименование дисциплины и их основные разделы** | **Всего часов** |
| М.1.Б2. | Математическое моделирование: основы теории вероятностей и математической статистики; основы эконометрического моделирования. | 108 |

В процессе изучения дисциплины М.1.Б.2.«Математические методы в биологии» является общая математическая подготовка магистра 111100 «Зоотехния», профиля «Частная зоотехния, производство продуктов животноводства» формируются навыки математического моделирования производственных процессов, знания необходимые для дальнейшего обучения, способность к освоению математических методов научно-исследовательской работы.

 В результате освоения дисциплины М.1.Б.2.«Математические методы в биологии» студент должен обладать **общекультурными компетенциями** **(ОК):**

ОК-1: способен совершенствовать и развивать свой интеллектуальный и общекультурный уровень;

ОК-2: способен к самостоятельному обучению новым методам исследования, к изменению научного и научно-производственного профиля своей профессиональной деятельности;

ОК-4: способен использовать на практике умения и навыки в организации исследовательских и проектных работ, в управлении коллективом;

ОК-6: способен самостоятельно приобретать с помощью информационных технологий и использовать в практической деятельности новые знания и умения, в том числе в новых областях знаний, непосредственно не связанных со сферой деятельности.

 Процесс изучения дисциплины М.1.Б.2.«Математические методы в биологии» направлен на формирование следующих **профессиональных компетенций** **(ПК):**

ПК-1: способен формировать и решать задачи в производственной и педагогической деятельности, требующие углубленных профессиональных знаний;

ПК-2: способен к организации научно-исследовательской деятельности.

* 1. **Рекомендуемая литература**

Для изучения дисциплины «Математические методы в биологии» реко­мендуется следующая литература.

1. Айвазян, С.А. Прикладная статистика и основы эконометрики / С.А. Айвазян, В.С. Мхитарян. – М.: ЮНИТИ, 1998.
2. Гмурман, В. Е. Теория вероятностей и математическая статистика: учеб. пособие для вузов / В. Е. Гмурман. – М. : Высшая школа, 2005.
3. Кремер, Н.Ш. Теория вероятностей и математическая статистика: учеб. пособие для вузов / Н.Ш. Кремер. – М.:ЮНИТИ-ДАНА,2008.
4. Архипов А.В. Технологические основы производства и переработки продукции животноводства / А.В. Архипов и др. – М.: МГТУ им. Баумана, 2003.
5. Филатов В.И. Агробиологические основы производства хранения и переработки продукции растениеводства / В.И. Филатов. М.: Колос, 2004.
6. Личко Н.М.Технология переработки продукции растениеводства / Н.М. Личко и др. – М.: Колос, 2006.
7. Тунеев М.М., Сухоруков В.Ф. Экономико-математические методы в организации и планировании сельскохозяйственного производства. М.: Финансы и статистика, 1986.
8. Практикум по математическому моделированию экономических, агропромышленных процессов в сельском хозяйстве / Под ред. А.Ф. Карпенко. М.: Колос, 1985.
9. Айвазян С.А., Мхитарян В.С. Прикладная статистика и основы эконометрики / Учебное пособие. – М.: ЮНИТИ, 2001.
10. Математическое моделирование экономических процессов в сельском хозяйстве / под ред. А.М. Гатаулина. - М., 1990.
11. Мхитарян, В. С. Статистика: учебник / В. С. Мхитарян [и др.]; под ред. В. С. Мхитаряна. – М.: Экономист, 2006.
12. Фадеева, Л. Н. Теория вероятностей и математическая статистика : учеб. пособие / Л.Н. Фадеева, А.В. Лебедев; под ред. Л.Н. Фадеевой. – М.: Эксмо, 2010.
13. Справочник по математике для экономистов / под ред. В.И. Ермакова. - М.: Высшая школа, 2009.
14. Калашников А.П. Справочника зоотехника.- М.:Агропромиздат, 2001.
15. Гоголева И. В. Практикум по теория вероятностей и математической статистике / учебное пособие . – Якутск, 2009.
16. Гоголева И.В. Методические указания и контрольные задания по эконометрике. – Якутск: ЯГСХА, 2002.
17. Гоголева И.В. Методы моделирования производственных процессов /учебное пособие. – Якутск, 2009.

 **Периодическая литература**

* 1. Прикладная эконометрика // науч.-практ. журнал. –М.: Маркет ДС.
	2. Математическое моделирование // науч.-практ. журнал. –М.

**Раздел 2. Организационно-методические указания дисциплины**

**2.1. Содержание дисциплины**

**Объем дисциплины и виды учебной работы (в часах)**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Вид учебной работы | Всего часов / зачетных единиц | 1сем |
| **Аудиторные занятия (всего)** |  |  |
| В том числе: |  |  |
| Лекции | 8 | 8 |
| Практические занятия (ПЗ) | 24 | 24 |
| **Самостоятельная работа (всего)** |  |  |
| В том числе: |  |  |
| Курсовой проект (работа) |  |  |
| Расчетно-графические работы |  |  |
| Реферат | 22 | 22 |
| Другие виды самостоятельной работы |  |  |
| Самостоятельная работа | 54 | 54 |
| Выполнение домашнего задания |  |  |
| Вид промежуточной аттестации  | зачет | зачет |
| Общая трудоемкость часы зачетные единицы | 1083 |  |

**Разделы дисциплины и виды занятий**

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| №  | Наименование разделов | Всего | Количество часов: | Компетенции |
| Аудиторная работа. | Внеаудитор-ная работа |
| Лк | Пр. | СРС |
| I | Математико-статистический анализ данных |  | 2 | 4 | 22 | ОК-1; ОК-2; ОК-4; ОК-6 |
| II | Основы эконометрического моделирования |  | 2 | 8 | 22 | ПК-1; ПК-2;  |
|  III | Математическое моделирование производственных процессов |  | 4 | 12 | 32 | ПК-1; ПК-2;  |

**Содержание разделов дисциплины**

|  |  |
| --- | --- |
| №  | Темы |
| **I раздел. Математико-статистический анализ данных.**  |
| 1.1. | Простейшая статистическая обработка данных. Статистическое оценивание. Проверка статистических гипотез. |
| 1.2. | Корреляционный анализ. Регрессионный анализ. Дисперсионный анализ. |
| **II раздел. Основы эконометрического моделирования.**  |
| 2.1. | Общие понятия, этапы эконометрических исследований, моделей. Эконометрический анализ в случае парной регрессии.  |
|  2.2.  | Эконометрический анализ в случае множественной регрессии. |
| 2.3. | Система эконометрических уравнений.  |
| 2.4.  | Моделирование рядов динамики. |
| **III раздел. Математическое моделирование производственных процессов.** |
| 3.1. | Экономико-математическая модель оптимизации производственной структуры молочного подкомплекса АПК. |
| 3.2.  | Экономико-математическая модель оптимизации производственной структуры мясного подкомплекса АПК. |

**Практические занятия**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| № раздела | №Пр | Темы |
| 1. | 1. | 1.1.Простейшая статистическая обработка данных. Статистическое оценивание. Проверка статистических гипотез. |
|  | 2. | 1.2. Корреляционный анализ. Регрессионный анализ. Дисперсионный анализ. |
| 2. | 3. | 2.1. Эконометрический анализ в случае парной регрессии. |
|  | 4. | 2.2. Эконометрический анализ в случае множественной регрессии.  |
|  | 5. | 2.3. Задачи биотехнологии, решаемые на основе регрессионных эконометрических моделей. Система эконометрических уравнений. |
|  | 6. | 2.4. Моделирование рядов динамики. Задачи биотехнологии, решаемые на основе регрессионных эконометрических моделей тренда. |
| 3. | 7. | 3.1. Задачи линейной оптимизации. |
|  | 8. | 3.1. Модель оптимизации производственной структуры молочного подкомплекса АПК. |
|  | 9. | 3.1. Числовая модель оптимизации производственной структуры молочного подкомплекса АПК. |
|  | 10. | 3.2. Модель оптимизации производственной структуры мясного подкомплекса АПК. |
|  | 11. | 3.2. Числовая модель оптимизации производственной структуры мясного подкомплекса АПК. |
|  | 12. | Задача на оптимизацию суточного рациона. Моделирование структуры и оборота стада. |

**Тематический план по СРС (76 ч)**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| № раздела | Наименование тем | Кол-во часов |
| 1 | * 1. Статистическая обработка статистических данных.
	2. Система прикладных статистико-математических методов обработки экспериментальных данных в сельском хозяйстве.
	3. Многомерный статистический анализ.
 | 22 |
| 2 | 1. Эконометрическое моделирование процессов.
2. Регрессионные эконометрические модели.
 | 22 |
| 3 | 1. Система экономико-математических моделей для анализа, планирования и прогнозирования сельского хозяйства
2. Моделирование состава и использования машинно-тракторного и автомобильного парка.
3. Моделирование размещения и специализации сельскохозяйственного производства
 | 32 |
|  | Итого: | 76 |

Порядок изучения дисциплины следующий:

* При самостоятельном изучении дисциплины вначале нужно ознакомиться с учебной программой.
* Руководствуясь программой и методическими указаниями, необходимо приступить к последовательному усвоению материала, изложенного в рекомендуемой литературе.
* Обязательно следует составить краткий конспект по основным положениям.

Самостоятельное изучение дисциплины может быть успешным, если придерживаться следующих затрат времени на изучение дисциплины (табл. 1). Численное решение необходимо провести с помощью надстройки табличного процессора Excel «Поиск решения». Задание для контрольной работы содержит 5 задач: две задачи по математическому моделированию, в которых необходимо составить экономико-математические модели оптимизации рациона кормления коров и структуры стада крупного рогатого скота: три задачи по эконометрическому моделированию. Модели должны быть записаны в развернутом и матричном видах. Варианты контрольных задач определяются с таблицы исходными данными по последней цифре номера зачетной книжки или по номеру списка. Для облегчения выполнения заданий по ним даны краткие методические указания.

Процесс экономико-математического моделирования можно условно разделить на ряд отдельных, но взаимосвязанных этапов:

* постановка задачи и обоснование критерия оптимальности;
* разработка структурной математической модели;
* сбор и обработка исходной информации;
* построение развернутой матрицы задачи (числовой модели);
* решение задачи на ЭВМ, анализ и корректировка его.

На первом этапе требуется прежде всего четкая формулировка задач, раскрывающая известные, неизвестные параметры (результативные, факторные признаки) и цель задачи. Постановка задачи (проблемы) должна свидетельствовать о хорошем знании объекта моделирования. Критерий оптимальности (качество результативного признака, показателя) должен, как правило, соответствовать основной цели задачи, определяющей тот или иной процесс, в том числе, социально-экономический процесс. Однако путем формулировки только одного критерия оптимальности - это не всегда возможно. Поэтому при математической формализации задачи вводят дополнительные ограничения или решают ее последовательно на несколько критериев оптимальности, а затем с помощью сравнительного анализа полученных вариантов решений выбирают тот, который наилучшим образом отвечает поставленным целям.

Правильная постановка задачи невозможна без предварительного количественного и качественного анализа моделируемой системы (процесса). Такой анализ позволяет точнее выявить условия, в которых функционирует система, и определить степень влияния одного или нескольких существенных факторов на экономические результаты. Анализировать экономические явления и процессы не просто, а в данном случае ставится задача довести до численных характеристик анализируемые явления и процессы. Только при соблюдении этих условий возможно правильно поставить задачу и получить практические результаты.

При разработке структурной экономико-математической модели (математическая постановка, формализация задачи) выбирается базовая модель и в соответствии с постановкой задачи с использованием определенных символов и обозначений записывается математическая модель. На основе этих базовых моделей в зависимости от конкретной постановки задачи: записывается математическая модель, отражающая структуру будущей задачи, ее композицию *-* структурная модель.Структурная модель позволяет в емкой и сжатой форме отразить характер поставленной задачи и условия, включенные в нее. При разработке структурной модели целесообразно использовать унифицированные символику и порядок описания модели.

Процесс сбора и обработки исходной информации более трудоемкий, так как в значительной степени получаемый результат зависит от качества исходной информации. На этом этапе определяются характер и объем необходимой информации, источники ее получения и способы обработки. Если даже одна-две цифры, включенные в экономико-математическую модель, будут неверными, то весь результат решения окажется некорректным.

Построение числовой матрицы задачи (числовой модели). Матрица представляет собой запись в табличной форме, в которой условия задачи отражены в виде математических соотношений. Матрица состоит из столбцов и строк. По столбцам матрицы располагаются, как правило, переменные величины, по строкам - условия задачи, которые называются ограничениями. Технико-экономические коэффициенты матрицы могут означать, например, либо норму затрат, либо норму выхода продукции в расчете на единицу измерения переменной величины. Но каждая матрица содержит специальный столбец, в котором отражаются тип и объем ограничений, и специальную отроку, в которой располагается целевая функция задачи.

Таким образом, числовая модель представляет собой задачу, подготовленную к решению на ЭВМ. Числовую модель показана на типовом примере контрольного задания.

Можно выделить шесть основных этапов эконометрического моделирования:

1-й этап (постановочный) – определение конечных целей моделирования, набора участвующих в модели факторов и показателей (переменных), их роли;

2-й этап (априорный, предмодельный) – анализ сущности изучаемого явления или процесса формирование и формализация априорной информации об этом явлении в виде ряда гипотез и исходных допущений;

3-й этап (параметризация) – собственно моделирование, т.е. выбор общего вида регрессионной модели, в том числе состава и формы входящих в нее связей (построение уравнения регрессии и корреляции);

4-й этап (информационный) – сбор необходимой статистической информации, т.е. регистрация значений участвующих в модели факторов и показателей на различных временных или пространственных периодов функционирования изучаемого явления;

5-й этап (идентификация модели) – статистический анализ модели связи критерием Фишера и статистическое оценивание ее параметров критерием Стъюдента;

6-й этап (верификация модели) – сопоставление реальных и модельных данных для проверки истинности, адекватности эконометрической модели; расчет прогнозных значений.

**2.2. Методические указания типовых задач**

**Пример 1**. Требуется составить экономико-математическую модель оптимизации суточного рациона кормления для коров со средней живой массой 500 кг и среднесуточным удоем 16 кг молока. Для обеспечения заданной продуктивности необходимо, чтобы в рационе содержалось не менее 12,9 кг кормовых единиц, 1390 г переваримого протеина, 116 г кальция, 72 г фосфора, 523 мг каротина. Сухого вещества в нем должно быть не более 20 кг. Хозяйство располагает четырьмя видами кормов, которые харак­теризуются показателями, приведенными в таблице 1.

Таблица 1

##### Содержание питательных веществ в 1 кг корма и стоимость кормов

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Корма | Содержание в 1 кг корма | Себе-стоимость1 кг корма, у.д.е. |
| К.е.,кг | П.п.,г | Са,г | Р,г | Каротин, мг | Сухого вещества, кг |
| Комбикорм | 0,90 | 112 | 15,0 | 13,0 | - | 0,87 | 5,14 |
| Сено клеверо-тимофеечное | 0,50 | 52 | 7,4 | 1,2 | 30 | 0,83 | 0,78 |
| Солома ячменная | 0,36 | 12 | 3,7 | 0,5 | 4 | 0,85 | 0,12 |
| Силос | 0,20 | 14 | 1,5 | 1,2 | 15 | 0,26 | 0,22 |

В соответствии с зоотехническими требованиями отдельные группы
кормов в рационе могут изменяться в следующих пределах, % к общему количеству кормовых единиц: концентрированные - от 10 до 30, грубые - от 20 до 35, сочные - от 30 до 50. В группе грубых кормов солома должна составлять не более 25 %.

Критерий оптимальности - минимум себестоимости рациона.

**Математическая постановка обобщенной задачи**: найти такой состав рациона кормления, при котором достигается минимум его себестоимости:

$$Z\left(X\right)=\sum\_{j\in N}^{}c\_{j}∙x\_{j}\rightarrow min$$

при выполнении следующих групп ограничений:

1. рацион должен содержать питательных веществ не менее допустимого количества:

$$\sum\_{j\in N}^{}a\_{ij}∙x\_{j}\geq B\_{i}, (i\in M\_{1})$$

1. содержание сухого вещества в рационе должно быть не более допустимого количества:

$$\sum\_{j\in N}^{}a\_{ij}∙x\_{j}\leq B\_{i}, (i\in M\_{2})$$

1. содержание кормов каждой группы в рационе должно быть ог­раничено:

$$\sum\_{j\in N}^{}a\_{ij}∙x\_{j}\geq B\_{i}^{min}, \left(i\in M\_{3}\right),$$

$$\sum\_{j\in N}^{}a\_{ij}∙x\_{j}\leq B\_{i}^{max}, \left(i\in M\_{3}\right);$$

1. в отдельных группах кормов содержание некоторых видов кормов должно быть ограничено:

$$\sum\_{j\in N}^{}a\_{ij}∙x\_{j}\frac{\leq }{\geq }\sum\_{j\in N}^{}w\_{ij}∙x\_{j}, \left(i\in M\_{4}\right),$$

где $j-$ индекс переменной; $i-$ индекс ограничения; $x\_{j}-$ переменная, обозначающая количество корма $j-$го вида, входящего в рацион; $a\_{ij}-$ содержание $i-$го пит.вещества или сухого вещества в единице $j-$го вида корма; $B\_{i}-$ допустимое количество $i-$го питательного вещества в рационе: $B^{н}$ и $B^{в}-$ минимальное и максимальное допустимое количество кормов $i-$й группы в рационе; $c\_{j}-$ себестоимость единицы корма $j-$го вида; $N-$ множество, включающее номера переменных по видам кормов в рационе; $K-$ подмножества, включающие номера переменных по видам кормов $i-$й группы; $M\_{1}-$ множество, включающее номера ограничений по содержанию питательных веществ в рационе; $M\_{2}-$ номер ограничения по содержанию сухого вещества в рационе; $M\_{3}-$ множество, включающее номера ограничений по содержанию отдельных групп кормов в рационе внутри групп.

**Решение задачи:** формализация данной задачи сводится к составлению экономико-математической модели оптимизации рациона кормления коров в развернутом и матричном виде.

Исходя из условий задания, по данной записи структурной эко­номико-математической модели определяется перечень переменных ве­личин, составляется модель в развернутом виде, которая затем за­писывается в виде числовой модели (матрицы).

Определим перечень переменных (факторов), влияющих на интересуемый показатель – себестоимость рациона $Z\left(X\right).$

Количество кормов, которое может войти в рацион, обозначим через: $x\_{1}-$ комбикорм, кг; $x\_{2}-$ сено, кг; $x\_{3}-$ солома, кг; $x\_{4}-$ силос, кг.

Запишем систему ограничений в развернутом виде.

1. Ограничения по балансу питательных веществ в рационе:

1. кормовых единиц не менее

$$0,9x\_{1}+0,5x\_{2}+0,36x\_{3}+0,2x\_{4}\geq 12,9;$$

1. переваримого протеина не менее

$$112x\_{1}+52x\_{2}+12x\_{3}+14x\_{4}\geq 1390;$$

1. кальция не менее

$$15x\_{1}+7,4x\_{2}+3,7x\_{3}+1,5x\_{4}\geq 116;$$

1. фосфора не менее

$$13x\_{1}+1,2x\_{2}+0,5x\_{3}+1,2x\_{4}\geq 72;$$

1. каротина не менее

$$30x\_{2}+4x\_{3}+15x\_{4}\geq 523;$$

2. Ограничение по содержанию сухого вещества в рационе:

1. $0,87x\_{1}+0,83x\_{2}+0,85x\_{3}+0,26x\_{4}\leq 20;$

3. Ограничения по содержанию отдельных групп кормов в рационе:

1. концентрированных не менее

$$0,9x\_{1}\geq 12,9∙0,1;$$

1. концентрированных не более

$$0,9x\_{1}\leq 12,9∙0,3;$$

1. грубых не менее

$$0,5x\_{1}+0,36x\_{3}\geq 12,9∙0,2;$$

1. грубых не более

$$0,5x\_{1}+0,36x\_{3}\leq 12,9∙0,35;$$

1. сочных не менее

$$0,2x\_{4}\geq 12,9∙0,3;$$

1. сочных не более

$$0,2x\_{4}\leq 12,9∙0,5;$$

4. Ограничение по удельному весу соломы в группе грубых:

 13) $0,36x\_{3}\leq 0,25∙\left(0,5x\_{1}+0,36x\_{3}\right).$

Целевая функция - минимальная себестоимость рациона:

$$Z(X)=5,14x\_{1}+0,78x\_{2}+0,12x\_{3}+0,22x\_{4} \rightarrow min$$

Развернутую модель запишем в виде матрицы (табл. 2). Численное решение можно произвести с помощью надстройки табличного процессора Excel «Поиск решения».

Таблица 2.

Матрица экономико-математической задачи оптимизации суточного рациона кормления коров

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Ограничение | Единица измерения | Переменная | Знак ограничения | Объем ограничения |
| Комбикорм | Сено клеверо-тимофеечное | Солома ячменная | Силос |
| $$x\_{1}$$ | $$x\_{2}$$ | $$x\_{3}$$ | $$x\_{4}$$ |
| 1. Кормовые единицы | кг | 0,9 | 0,5 | 0,36 | 0,2 |  | 12,9 |
| 2. Переваримый протеин | г | 112 | 52 | 12 | 12 |  | 1390 |
| 3. Кальций | г | 15 | 7,4 | 3,7 | 1,5 |  | 116 |
| 4. Фосфор | г | 13 | 2,2 | 1,2 | 0,5 |  | 72 |
| 5. Каротин | мг |  | 30 | 4 | 15 |  | 523 |
| 6. Сухое вещество | кг | 0,87 | 0,83 | 0,85 | 0,26 |  | 20 |
| 7. Концентраты не менее | кг, к.е. | 0,9 |  |  |  |  | 1,29 |
| 8. Концентраты не более | кг, к.е. | 0,9 |  |  |  |  | 3,87 |

Продолжение таблицы 2.

Матрица экономико-математической задачи оптимизации суточного рациона кормления коров

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Ограничение | Единица измерения | Переменная | Знак ограничения | Объем ограничения |
| Комбикорм | Сено клеверо-тимофеечное | Солома ячменная | Силос |
| $$x\_{1}$$ | $$x\_{2}$$ | $$x\_{3}$$ | $$x\_{4}$$ |
| 9. Грубые не менее | кг, к.е. |  | 0,5 | 0,36 |  |  | 2,58 |
| 10. Грубые не более | кг, к.е. |  | 0,5 | 0,36 |  |  | 4,515 |
| 11. Сочные не менее | кг, к.е. |  |  |  | 0,2 |  | 3,87 |
| 12. Сочные не более | кг, к.е. |  |  |  | 0,2 |  | 6,45 |
| 13. Солома в грубых | кг, к.е. |  | -0,125 | 0,27 |  |  | 0 |
| Z(X) – себестоимость рациона | у.д.е. | 5,14 | 0,78 | 0,12 | 0,22 |  | min |

**Пример 2.** Требуется составить экономико-математическую модель оптимизации структуры стада крупного рогатого скота. Все стадо подразделено на восемь половозрастных групп: коровы, нетели, бычки и телки до 6 месяцев, бычки и телки от 6 до 12 месяцев, бычки и телки от 12 до 18 месяцев.

Темп расширения стада определен в размере 4 % при следующих нормах выбраковки: коровы *-* 15 %, бычки и телки до 6 месяцев - 10 %, бычки и телки от 6 до 12 месяцев - 2 %, телки старше года - 15 %. Выход приплода предусмотрен в размере 100 телят на 100 коров и нетелей.

Критерий оптимальности – **максимум чистого дохода**.

Обобщенная математическая постановка задачи. Найти такую структуру стада крупного рогатого скота, при которой достигается максимум чистого дохода.

$$Z\left(X\right)=\sum\_{j\in N}^{}c\_{j}∙x\_{j}\rightarrow max$$

при выполнении следующих групп ограничений:

1. половозрастные группы скота в сумме должны составлять 1 или 100 %:

$$\sum\_{j\in N}^{}x\_{j}=1$$

1. поголовье нетелей должно обеспечивать замену поголовья коров и увеличение их в соответствии с темпами расширения стада:

$$x\_{2}\geq \left(H\_{1}-T\right)∙x\_{1}$$

1. поголовье приплода должно соответствовать маточному поголовью:

$$x\_{3}+x\_{4}=t∙\left(p\_{1}x\_{1}+p\_{2}x\_{2}\right)$$

1. поголовье в старших группах должно быть не меньше поголовья в младших группах с учетом выбраковки животных:

$$\left(1-H\_{j}\right)∙x\_{j}\geq x\_{j+2}, \left(j\in N\right);$$

1. в группе приплода поголовье телочек должно соответствовать поголовью бычков:

$$x\_{3}=x\_{4},$$

где $j-$ индекс переменной; $x\_{j}-$ переменная, обозначающая удельный вес животных $j-$й половозрастной группы в стаде в долях единицы или в процентах; $c\_{j}-$ чистый доход от одной головы животных $j-$й половозрастной группы за 6 месяцев; $H\_{j}-$ норма выбраковки животных $j-$й половозрастной группы в стаде; $T-$ темп расширения стада; $t-$ возрастной интервал молодняка в долях календарного года; $p\_{1}, p\_{2}-$ коэффициент плодовитости коров и нетелей; $N-$ множество, включающее номера переменных по удельному весу животных в стаде.

Решение задачи: исходя из условий задания, по данной записи структурной экономико-математической модели определяется перечень переменных величин, составляется модель в развернутом виде, которая затем записывается в виде матрицы.

Определим перечень переменных. Удельный вес животных в стаде обозначим через: $x\_{1}-$ коровы; $x\_{2}-$ нетели; $x\_{3}-$ бычки до 6 месяцев; $x\_{4}-$ телки до 6 месяцев; $x\_{5}-$ бычки от 6 до 12 месяцев; $x\_{6}-$ телки от 6 до 12 месяцев; $x\_{7}-$ бычки от 12 до 18 месяцев; $x\_{8}-$ телки от 12 до 18 месяцев.

Запишем систему ограничений в развернутом виде:

1. Ограничение по сумме половозрастных групп скота:

1) 

2. Ограничение по замене нетелями поголовья коров и увеличения его в соответствии с темпами расширения стада:

$$2) x\_{2}\geq \left(0,15+0,04\right)∙x\_{1}.$$

3. Ограничение по соответствию приплода маточному поголовью:

$$3) x\_{3}+x\_{4}=0,5∙\left(1∙x\_{1}+1∙x\_{2}\right).$$

4. Ограничения по соответствию поголовья в младших группах поголовью в старших группах:

4) бычков до 6 месяцев и бычков от 6 до 12 месяцев

$$(1-0,1) ∙x\_{3}\geq x\_{5};$$

1. телок до 6 месяцев и телок от 6 до 12 месяцев

$$ (1-0,1)∙ x\_{4}\geq x\_{6};$$

1. бычков от 6 до 12 месяцев и бычков от 12 до 18 месяцев

$$(1-0,2)∙ x\_{5}\geq x\_{7};$$

1. телок от 6 до 12 месяцев и телок от 12 до 18 месяцев

$$ (1-0,2)∙ x\_{6}\geq x\_{8};$$

1. телок от 12 до 18 месяцев и нетелей

$$ (1-0,15)∙ x\_{8}\geq x\_{2};$$

1. Ограничение по соотношению между бычками и телочками в группе приплода:
2. $x\_{3}= x\_{4}$
3. Целевая функция – максимальный чистый доход

$$Z\left(X\right)=1230x\_{1}+540x\_{2}+1040x\_{3}+580x\_{4}+1140x\_{5}+480x\_{6}+760x\_{7}+300x\_{8}\rightarrow max$$

Таблица 3.

Матрица экономико-математической задачи оптимизации структуры стада крупного рогатого скота

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Ограничение | Переменная | Знак ограничения | Объем ограничения |
| Коровы | Нетели | Бычкидо 6 мес. | Телкидо 6 мес. | Бычкиот 6 до 12 мес. | Телкиот 6 до 12 мес. | Бычкиот 12 до 18 мес. | Телкиот 12 до 18 мес. |
| $$x\_{1}$$ | $$x\_{2}$$ | $$x\_{3}$$ | $$x\_{4}$$ | $$x\_{5}$$ | $$x\_{6}$$ | $$x\_{7}$$ | $$x\_{8}$$ |
| 1. Состав стада | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | = | 1 |
| 2. Соотношение между $$x\_{1} и x\_{2}$$ | -0,19 | 1 |  |  |  |  |  |  |  | 0 |
| 3. Соотношение между $x\_{3},$ $x\_{4}$ и $x\_{1}, x\_{2}$ | -0,5 | -0,5 | 1 | 1 |  |  |  |  | = | 0 |
| 4. Соотношение между $$x\_{3} и x\_{5}$$ |  |  | 0,9 |  | -1 |  |  |  |  | 0 |
| 5. Соотношение между $$x\_{4} и x\_{6}$$ |  |  |  | 0,9 |  | -1 |  |  |  | 0 |

Продолжение таблицы 3.

Матрица экономико-математической задачи оптимизации структуры стада крупного рогатого скота

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Ограничение | Переменная | Знак ограничения | Объем ограничения |
| Коровы | Нетели | Бычкидо 6 мес. | Телкидо 6 мес. | Бычкиот 6 до 12 мес. | Телкиот 6 до 12 мес. | Бычкиот 12 до 18 мес. | Телкиот 12 до 18 мес. |
| $$x\_{1}$$ | $$x\_{2}$$ | $$x\_{3}$$ | $$x\_{4}$$ | $$x\_{5}$$ | $$x\_{6}$$ | $$x\_{7}$$ | $$x\_{8}$$ |
| 6. Соотношение между $x\_{5} и x\_{7}$ |  |  |  |  | 0,98 |  | -1 |  |  | 0 |
| 7. Соотношение между $$x\_{6} и x\_{8}$$ |  |  |  |  |  | 0,98 |  | -1 |  | 0 |
| 8. Соотношение между $$x\_{2} и x\_{8}$$ |  | -1 |  |  |  |  |  | 0,85 |  | 0 |
| 9. Соотношение между $$x\_{3} и x\_{4}$$ |  |  | 1 | -1 |  |  |  |  | = | 0 |
| $Z\left(X\right)-$ чистый доход | 1230 | 540 | 1040 | 580 | 1140 | 480 | 760 | 500 |  | $$max$$ |

**2.3. Контрольные задания**

**Задача 1.** Составить экономико-математическую модель оптимизации суточ­ного рациона кормления для коров со средней живой массой 450 кг и среднесуточным удоем 14 кг молока.

Для обеспечения заданной про­дуктивности необходимо, чтобы в рационе содержалось не менее 12,3 кг кормовых единиц, 1340 г переваримого протеина, 112 г кальция, 68 г фосфора, 514 мг каротина. Сухого вещества в нем должно быть не более 18 кг.

Хозяйство располагает девятью видами кормов, которые харак­теризуются показателями, приведенными в таблице 2.

В соответствии с зоотехническими требованиями отдельные группы кормов в рационе могут изменяться в пределах, указанных в таблице 3.

При составлении рациона необходимо учитывать ряд условии хозяйства, в соответствии с которыми удельный вес ячменя, соломы и картофеля в отдельных группах кормов должен быть ограничен (табл. 4).

Критерий оптимальности - минимум себестоимости рациона.

#### Таблица 2

##### Содержание питательных веществ в 1 кг корма и стоимость кормов

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Корма | Содержание в 1 кг корма | Себе-стоимость1 кг корма, у.д.е. |
| К.е.,кг | П.п., г | Са, г | Р, г | Каротин, мг | Сухого вещества, кг |
| Комбикорм | 0,90 | 112 | 15,0 | 13,0 | - | 0,87 | 5,14 |
| Ячмень молотый | 1,21 | 81 | 1,2 | 3,3 | 1 | 0,87 | 3,34 |
| Сено луговое | 0,42 | 48 | 6,0 | 2,1 | 15 | 0,85 | 1,31 |
| Сено клеверо-тимофеечное | 0,50 | 52 | 7,4 | 1,2 | 30 | 0,83 | 0,78 |
| Солома ячменная | 0,36 | 12 | 3,7 | 0,5 | 4 | 0,85 | 0,12 |
| Силос  | 0,20 | 14 | 1,5 | 1,2 | 15 | 0,26 | 0,22 |
| Силос клеверо-тимофеечный | 0,22 | 30 | 3,5 | 0,7 | 10 | 0,31 | 0,29 |
| Картофель | 0,30 | 16 | 0,2 | 0,4 | - | 0,23 | 1,65 |
| Кормовая свекла | 0,12 | 9 | 0,4 |  | - | 0,13 | 0,78 |

## Таблица 3

###### Содержание отдельных групп в рационе, % к общему количеству к.е.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Посл. цифра № зач.кн. | Концентраты | Грубые корма | Сочные корма | Корнеклубнеплоды |
| мин. | макс. | мин. | макс. | мин. | макс. | мин. | макс. |
| 0 | 10,0 | 20,0 | 15,0 | 30,0 | 35,0 | 50,0 | 6,0 | 10,0 |
| 1 | 10,5 | 20,5 | 14,5 | 29,5 | 34,5 | 49,5 | 6,5 | 10,5 |
| 2 | 11,0 | 21,0 | 14,0 | 29,0 | 34,0 | 49,0 | 7,0 | 11,0 |
| 3 | 11,5 | 21,5 | 13,5 | 28,5 | 33,5 | 48,5 | 7,5 | 11,5 |
| 4 | 12,0 | 22,0 | 13,0 | 28,0 | 33,0 | 48,0 | 8,0 | 12,0 |
| 5 | 12,5 | 22,5 | 12,5 | 27,5 | 32,5 | 47,5 | 8,5 | 12,5 |
| 6 | 13,0 | 23,0 | 12,0 | 27,0 | 32,0 | 47,0 | 9,0 | 13,0 |
| 7 | 13,5 | 23,5 | 11,5 | 26,5 | 31,5 | 46,5 | 9,5 | 13,5 |
| 8 | 14,0 | 24,0 | 11,0 | 26,0 | 31,0 | 46,0 | 10,0 | 14,0 |
| 9 | 14,5 | 24,5 | 10,5 | 25,5 | 30,5 | 45,5 | 10,5 | 14,5 |

Таблица 4

Содержание отдельных кормов в рационе, %

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Посл. цифра № зач.кн. | Ячмень молотый в группе концентратовне более | Солома в группе грубых кормов не более | Картофель в группе корнеплодов не менее |
| 0 | 25,0 | 15,0 | 10,0 |
| 1 | 25,5 | 14,5 | 10,5 |
| 2 | 26,0 | 14,0 | 11,0 |
| 3 | 26,56 | 13,5 | 11,5 |
| 4 | 27,0 | 13,0 | 12,0 |
| 5 | 27,5 | 12,5 | 12,5 |
| 6 | 28,0 | 12,0 | 13,0 |
| 7 | 28,5 | 11,5 | 13,5 |
| 8 | 29,0 | 11,0 | 14,0 |
| 9 | 29,5 | 10,5 | 14,5 |

**Задача 2.** Составить экономико-математическую модель оптимизации струк­туры стада крупного рогатого скота. Все стадо подразделено на восемь половозрастных групп: коровы, нетели, бычки и телки до 6 месяцев, бычки и телки от 6 до 12 месяцев, бычки и телки от 12 до 18 месяцев.

Темп расширения стада определен в размере 5 %. Нормы выбра­ковки указаны в таблицах 5 и 6. Выход приплода предусмотрен в размере 100 телят на 100 коров и нетелей.

На основе выхода продукции, цен реализации и затрат на кормление и содержание скота рассчитана сумма чистого дохода на одну голову за 6 месяцев по каждой группе: коровы - 1230 у.д.е., нетели – 540 у.д.е., бычки до 6 месяцев - 1040 у.д.е., телки до 6 месяцев - 580 у.д.е., бычки от 6 до 12 месяцев - 1140 у.д.е., телки от 6 до 12 месяцев - 480 у.д.е., бычки старше года - 760 у.д.е., телки старше года - 500 у.д.е.

Критерий оптимальности - максимум чистого дохода.

Таблица 5

Нормы выбраковки коров и телок, %

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Предпосл. цифра № зач.кн. | Коровы | Телки до 6 мес. | Телки от 6 до 12 мес. | Телки старше года |
| 0 | 16,0 | 10,0 | 2,7 | 15,0 |
| 1 | 15,5 | 9,8 | 2,6 | 14,8 |
| 2 | 15,0 | 9,6 | 2,5 | 14,6 |
| 3 | 14,5 | 9,4 | 2,4 | 14,4 |
| 4 | 14,0 | 9,2 | 2,3 | 14,2 |
| 5 | 13,5 | 9,0 | 2,2 | 14,0 |
| 6 | 13,0 | 8,8 | 2,1 | 13,8 |
| 7 | 12,5 | 8,6 | 2,0 | 13,6 |
| 8 | 12,0 | 8,4 | 1,9 | 13,4 |
| 9 | 11,5 | 8,2 | 1,8 | 13,2 |

Таблица 6

Нормы выбраковки бычков,

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Предпосл. цифра № зач.кн. | Бычки до 6 мес. | Бычки от 6 до 12 мес. |
| 0 | 9,0 | 1,9 |
| 1 | 9,2 | 2,0 |
| 2 | 9,4 | 2,1 |
| 3 | 9,6 | 2,2 |
| 4 | 9,8 | 2,3 |
| 5 | 10,0 | 2,4 |
| 6 | 10,2 | 2,5 |
| 7 | 10,4 | 2,6 |
| 8 | 10,6 | 2,7 |
| 9 | 10,8 | 2,8 |

**Задача 3.** Приводятся данные:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Номер района | Среднедушевой прожиточный минимум в день одного трудоспособного, у.д.е., $X$ | Среднедневная заработная плата, у.д.е., $Y$ |
| 1 | 78 | $133+n$  |
| 2 | 82 | 148 |
| 3 | 87 | $134+n$  |
| 4 | 79 | 154 |
| 5 | 89 | 162 |
| 6 | 108 | 195 |
| 7 | $$68+n$$ | 139 |
| 8 | 88 | 158 |
| 9 | 73 | $152+n$  |
| 10 | 84 | 162 |
| 11 | 78 | 159 |
| 12 | 110 | 173 |

Примечание: $n-$ номер по списку

Требуется:

1. Провести эконометрический анализ.
2. Выполнить прогноз заработной платы $Y$ при прогнозном значении среднедушевого прожиточного минимума $X,$ составляющем $115\%$ от среднего уровня. Оценить точность прогноза, рассчитав ошибку прогноза и его доверительный интервал.

**Задача 4.** Требуется провести эконометрический анализ по следующим данным $Y=f\left(X\_{1}, X\_{2}\right):$

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| $$X\_{1}$$ | $$X\_{2}$$ | $$Y$$ |
| 1 | 78 | $$133+n$$ |
| 2 | 82 | 148 |
| 3 | 87 | $$138+n$$ |
| 4 | 79 | 154 |
| 5 | 89 | 162 |
| 6 | 108 | 195 |
| 7 | $68+n$  | 139 |
| 8 | 88 | 158 |
| 9 | 73 | $152+n$  |
| 10 | 84 | 162 |
| 11 | 78 | 159 |
| 12 | 110 | 173 |

### **Задача 5.**  По объемам выпуска продукции за $n+5$ месяцев рассчитать: 1) коэффициенты линейного тренда и прогноз на месяц вперед; 2) коэффициенты параболического тренда и прогноз на месяц вперед.

* 1. **Рейтинговая система оценки знаний по дисциплине**

**Таблица рейтинговой оценки знаний обучающихся**

**в \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ семестре 20\_\_\_/\_\_\_ учебного года**

учебная дисциплина М.1.Б.2.«Математические методы в биологии»

Число недель 17. Всего ауд. занятий 32 ч.; СРС 76 ч.; Лк 8 ч.; Пр 24 ч.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| №контрольной точки | Виды СРС | Срок сдачи,№ недели | Число баллов, max/min |
| Форма контроля |
| зачет |
| **1** | **Темы рефератов** |  |  |
| 1.1. | Теоретико-вероятностные методы применяемые при решении задач биотехнологии. |  |  |
| 1.2. | Система прикладных статистико-математических методов обработки экспериментальных данных в сельском хозяйстве.  |  |  |
| 1.3. | Многомерный статистический анализ. |  |  |
| 2.1. | Эконометрическое моделирование.  |  |  |
| 2.2. | Задачи биотехнологии, решаемые на основе регрессионных эконометрических моделей. |  |  |
| 2.3. | Моделирование рядов динамики. Задачи биотехнологии, решаемые на основе регрессионных эконометрических моделей тренда. |  |  |
| 3.1. | Система экономико-математических моделей для анализа, планирования и прогнозирования сельского хозяйства |  |  |
| 3.2. | Моделирование состава и использования машинно-тракторного и автомобильного парка. |  |  |
| 3.3. | Моделирование размещения и специализации сельскохозяйственного производства |  |  |
| 3.4. | Математическое моделирование экономических процессов в сельском хозяйстве |  |  |
| **2.** | **Индивидуальные задания** |  |  |
| 2.2. | Контрольная работа по эконометрическому моделированию |  |  |
| 2.1 | Контрольная работа по математическому моделированию производственных процессов |  |  |
| **3.** | **Аудиторная работа** | 1-10 | 30/2 |
| Сумма баллов за семестр | 50/30 |
| Работа в семестре | 30/20 |
| Промежуточная аттестация | 20/10 |
| Рейтинг | 100/60 |