

МИНИСТЕРСТВО СЕЛЬСКОГО ХОЗЯЙСТВА РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«Якутская государственная сельскохозяйственная академия»
Экономический факультет
Кафедра «Математика и бизнес-информатика»
Заочное обучение

Методические указания и контрольные задания

Дисциплина: Теория вероятностей и математическая статистика

Направление 080500.62 Бизнес-информатика

Якутск – 2014 г.

УДК: 519.2(075.8)

ББК: 22.17я73

Г58

Разработчик - к.п.н., доцент кафедры «Математика и бизнес-информатика» экономического факультета Гоголева И.В.

Обсуждено кафедрой «Математика и бизнес-информатика» экономического факультета, протокол заседания кафедры №4 от «4» февраля 2014 г.

Утверждено методической комиссией экономического факультета, протокол заседания методической комиссии факультета № 5 от «14» февраля 2014 г.

1. Цели и задачи изучения дисциплины

Цель дисциплины Б.2.Б.3. «Теория вероятностей и математическая статистика» - подготовка бакалавров экономического направления 080100.62 «Экономика» путем формирования у студентов комплекс общематематических знаний, умений и навыков, необходимых для изучения общепрофессиональных дисциплин, а также для решения общепрофессиональных задач. Исходя из цели, в процессе изучения учебной дисциплины решаются следующие задачи:

- сформировать основные понятия теории вероятностей и математической статистики;
- ознакомить с основами математического аппарата, необходимого для решения теоретических и практических задач теории вероятностей и математической статистики;
- выработать у студентов умение самостоятельно изучать математическую, учебную и научную литературу; навыки математического исследования прикладных вопросов и умение перевести экономическую задачу на математический язык;
- развить аналитическое, логическое, абстрактное, креативное мышление; повысить общий уровень математической культуры;
- сформировать и развить компетенции, перечисленные далее.

Учебная дисциплина Б.2.Б.3. «Теория вероятностей и математическая статистика» входит в цикл общематематических и естественнонаучных дисциплин.

Требования к входным знаниям, умениям и навыкам обучающихся:

- знать основные понятия элементарной математики, фундаментальных разделов курса высшей математики;
- уметь рассчитывать, определять, находить, вычислять, решать, оценивать, используя математические методы, алгоритмы, приемы, правила;

- владеть навыками работы с компьютером как средством управления информацией и математической обработки данных; ставить задачи, выдвигать гипотезы, описывать результаты, формулировать выводы.

Дисциплина Б.2.Б.3. «Теория вероятностей и математическая статистика» является предшествующей для следующих учебных дисциплин: Б.2.Б.2. Линейная алгебра, Б.2.Б.1. Математический анализ, Б.2.В.ОД.1 Информатика, Б.3.Б.2. Микроэкономика, Б.3.Б.1. Макроэкономика.

Знания, умения, навыки, получаемые студентами в результате изучения дисциплины, необходимы для изучения дисциплин: Б.3.Б.4. Статистика, Б.3.Б.3. Эконометрика, Б.3.В.ОД.13 Комплексный экономический анализ и других общепрофессиональных дисциплин, которые при количественном анализе применяют методы теории вероятностей, математической статистики.

2. Учебно-методическое и информационное обеспечение

1. Гмурман В.Е. Теория вероятностей и математическая статистики: учебное пособие для вузов. - М.: Высшая школа, 2004.
2. Гмурман В.Е.. Теория вероятностей и математическая статистика: учебник для вузов. –М.:ЮНИТИ-ДАНА, 2006
3. Гмурман В.Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике. М., Высшая школа, 2005.
4. Общий курс высшей математики для экономистов: учебное пособие / под ред. В.И.Ермакова. - М., 2004.
5. Красс М.С., Чупрынов Б.П. Основы математики и ее приложения в экономическом образовании: Учебное пособие. - М.: Дело, 2001.
6. Высшая математика для экономистов: учебное пособие / Н.Ш. Кремер и др.. – М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2010. – 479 с.

7. Высшая математика для экономистов. Практикум для студентов вузов, обучающихся по экономическим специальностям / Н.Ш. Кремер и др. – М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2010. – 479 с.
8. Сборник задач по высшей математике для экономистов: учебное пособие / под ред. В.И.Ермакова. – М., 2004.
9. Гоголева И. В. Практикум по теории вероятностей и математической статистике. – Якутск: ЯГСХА, 2009.

Дополнительная литература

1. Колемаев В.А., Староверов О.В., Турандаевский В.Б. Теория вероятностей и математическая статистика. М., Высшая школа, 1991
2. Микулик Н.А., Рейзина Г.Н. Решение экономических задач по теории вероятностей и математической статистике. М., Высшая школа, 1984
3. Румшинский Л.З. Элементы теории вероятностей. - М.,Наука, 1988.
4. Сборник задач по теории вероятностей, математической статистике и теории случайных функций / под редакцией А.А. Свешникова. М. Наука.
5. Гоголева И. В. Методические указания и контрольные задания по курсу математики (теория вероятностей, математическая статистика). Часть 3. – Якутск: ЯГСХА, 2003.
6. Справочник по математике для экономистов / под ред. В.И. Ермакова. - М.: Высшая школа, 1987. 2009.

3. Содержание дисциплины

Раздел 1. Основы теории вероятностей.

Понятие вероятности события. Относительная частота события. Классификация событий. Сумма событий. Теорема о вероятности суммы несовместных событий и совместных событий. Произведение событий. Условная вероятность. Теорема о вероятности произведения событий. Формула полной вероятности.

Теорема о повторении опытов. Наивероятнейшая частота при повторении опытов.

Понятие случайной величины. Дискретные и непрерывные случайные величины. Виды законов распределения: ряд распределения, функция распределения, плотность распределения.

Числовые характеристики случайных величин. Математическое ожидание и среднее арифметическое, дисперсия и среднее квадратическое отклонение, мода и медиана.

Законы распределения случайной величины.

Многомерные случайные величины.

Закон больших чисел (неравенства Маркова и Чебышева; теорема Чебышева; теорема Бернулли; предельная теорема Ляпунова) и его практическое значение. Распределение и числовые характеристики двумерной случайной величины. Ковариация и коэффициент корреляции. Свойства коэффициента корреляции.

Случайные процессы. Марковские цепи.

Раздел 12. Основы математической статистики.

Простейшая статистическая обработка данных. Теория статистических оценок. Проверка статистических гипотез. Корреляционный анализ. Регрессионный анализ. Дисперсионный анализ.

4. Контрольные задания

Контрольная работа №1

Раздел 1. Основы теории вероятностей

Задание 1.1. Слово составлено из карточек, на каждой из которых написана одна буква. Затем карточки смешивают и вынимают без возврата по одной. Найти вероятность того, что буквы вынимаются в порядке заданного слова, когда заданным словом является ваша фамилия и ваше имя.

Задание 1.2. Устройство состоит из трех независимых элементов, работающих в течение времени T безотказно соответственно с вероятностями p_1, p_2, p_3 . Найти вероятность того, что за время T выйдет из

строю: а) только один элемент; б) хотя бы один элемент.

Значения параметров вычислить по следующим формулам:

$$k = |29 - n| \div 100, \text{ где } n - \text{ номер по списку.}$$

$$p_1 = 1 - k, \quad p_2 = 0,95 - k, \quad p_3 = 0,85 - k.$$

Задание 1.3. На сборочное предприятие поступили однотипные комплектующие с трех заводов в количестве: $29n$ с первого завода, $50n$ со второго завода, n_3 с третьего. Вероятность качественного изготовления изделий на первом заводе p_1 , на втором p_2 , на третьем p_3 . Какова вероятность того, что взятое случайным образом изделие будет качественным?

$$k = |17 - n| \div 100, \text{ где } n - \text{ номер по списку.}$$

$$p_1 = 1 - k, \quad p_2 = 0,9 - k, \quad p_3 = 0,8 - k.$$

Задание 1.4. В пирамиде стоят R винтовок, из них L с оптическим прицелом. Стрелок, стреляя из винтовок с оптическим прицелом, может поразить мишень с вероятностью p_1 , без оптического прицела – с вероятностью p_2 . Найти вероятность того, что стрелок поразит мишень, стреляя из случайно взятой винтовки.

Значение параметров вычислить по следующим формулам:

$$k = |14 - n|,$$

$$p_1 = 0,6 - \frac{k}{100}, \quad p_2 = 0,95 - \frac{k}{100},$$

$R = 5 + k$, если $n \leq 15$, то $L = 5$, если $V > 15$, то $L = 3$.

Задание 1.5. В монтажном цехе к устройству присоединяется электродвигатель. Электродвигатели поставляются тремя заводами – изготовителями. На складе имеются электродвигатели этих заводов соответственно в количестве M_1, M_2 и M_3 , штук, которые могут безотказно работать до конца гарантийного срока с вероятностями соответственно p_1, p_2, p_3 . Рабочий берет случайно один электродвигатель и монтирует его к устройству. Найти вероятность того, что смонтированный и работающий

безотказно до конца гарантийного срока электродвигатель поставлен соответственно первым, вторым или третьим заводом - изготовителем.

Значения параметров вычислить по следующим формулам:

$$K = |14 - n|,$$
$$p_1 = 0,85 - \frac{K}{100}, \quad p_2 = 0,99 - \frac{K}{100}, \quad p_3 = 0,9 - \frac{K}{100},$$
$$M_1 = 25 - K, \quad M_2 = 5 + K, \quad M_3 = 20 - K.$$

Задание 1.6. В каждом из N независимых испытаний событие A происходит с постоянной вероятностью p . Вычислить все вероятности $p_k = 0, 1, 2, \dots, N$, где k – частота события A . Найти наивероятнейшую частоту.

Значение параметров N и p вычислить по следующим формулам:

$$N = \begin{cases} 11, & n \leq 10, \\ 10, & 10 < n \leq 20, \\ 9, & n > 20. \end{cases} \quad p = 0,35 + \frac{V}{100}.$$

Задание 1.7. В каждом из N независимых испытаний событие A происходит с постоянной вероятностью p . Найти вероятность того, что событие A происходит: а) точно M раз; б) меньше чем M и больше чем L раз; в) больше чем M раз.

Значения параметров N, p, M и L вычислить по следующим формулам:

$$N = 500 + 10n, \quad M = 250 + 10n, \quad p = 0,35 + \frac{n}{45}; \quad L = M - 50 - n.$$

Задание 1.8. На телефонной станции неправильное соединение происходит с вероятностью p . Найти вероятность того, что среди N соединений имеет место: а) точно G неправильных соединений; б) меньше чем L неправильных соединений; в) больше чем M неправильных соединений.

Значения параметров N, p, G, L и M , вычислить по следующим формулам:

$$D = 100n + 200; \quad p = \frac{1}{D}; \quad S = \binom{n}{7} + 1; \quad n = S \cdot D; \quad L = \text{остаток} \left(\frac{V}{6} \right) + 3;$$
$$G = \text{остаток} \left(\frac{n}{5} \right) + 1; \quad M = \text{остаток} \left(\frac{n}{8} \right) + 2.$$

Задание 1.9. В каждом из N независимых испытаний событие A происходит с постоянной вероятностью p . Найти вероятность того, что относительная частота $\frac{k}{N}$ этого события отличается по абсолютной величине от вероятности p не больше чем на $\varepsilon_1 > 0$ ($\varepsilon_2 > 0$).

Значение параметров N, p, ε_1 и ε_2 вычислить по следующим формулам:

$$N = 600 - 10n; p = 0,85; \varepsilon_1 = 0,0055 - \frac{n}{10000}; \varepsilon_2 = 2\varepsilon_1.$$

Задание 1.10. Случайная величина X задана рядом (законом) распределения

X	x_1	x_2	x_3	x_4
P	p_1	p_2	p_3	p_4

Найти функцию распределения $F(x)$ случайной величины X и построить её график. Вычислить медиану Me , моду Mo , математическое ожидание $M(X)$, дисперсию $D(X)$. Значения параметров вычислить по следующим формулам:

$$R = \text{остаток} \left(\frac{n}{4} \right) + 2;$$

$$x_1 = n + 3; x_2 = x_1 + R; x_3 = x_2 + R; x_4 = 2R;$$

$$p_1 = \frac{1}{R + 5}; p_2 = \frac{1}{R + 3}; p_3 = \frac{41 + 33R + R^2 + R^3}{(R + 3)(R + 5)(8 - R)}; p_4 = \frac{1}{8 - R}.$$

Задание 1.11. Случайная величина X задана функцией плотности вероятности

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0 \\ \frac{x}{k}, & 0 < x \leq R \\ 0, & x > R \end{cases}$$

Найти функцию распределения $F(x)$ случайной величины X . Построить график функций $f(x)$ и $F(x)$. Вычислить математическое ожидание $M(X)$, медиану $Me(X)$, моду $Mo(X)$ и дисперсию $D(X)$.

Значение параметров k и R вычислить по следующим формулам

$$k = 2 + n, \quad R = 2 \cdot k,$$

Задание 1.12. Случайная величина X задана функцией распределения

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0 \\ \frac{x}{k}, & 0 < x \leq k \\ 1, & x > k \end{cases}$$

Найти функцию плотности вероятности $f(x)$ случайной величины X . Построить графики функций $f(x)$ и $F(x)$. Вычислить для X математическое ожидание $M(X)$, дисперсию $D(X)$, моду, медиану.

Значение параметра k вычислить по формуле $k = 3 + n$

Задание 1.13. Задана случайная величина $X \in N(\mu, \sigma)$ и точки x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 , на числовой оси, разделяющие её на шесть интервалов. Найти вероятность того, что случайная величина X принимает значения в этих интервалах.

Значения параметров $\mu, \sigma, x_1, x_2, x_3, x_4, x_5$ вычислить по следующим формулам:

$$\begin{aligned} \mu &= n - 10; \quad \sigma = \text{остаток} \left(\frac{n}{6} \right) + 3; \quad S = \text{остаток} \left(\frac{n}{4} \right) + 2; \quad T \\ &= \text{остаток} \left(\frac{n}{3} \right); \end{aligned}$$

$$x_1 = n - 15 - S; \quad x_2 = V - 12 - T; \quad x_3 = V - 5 - S; \quad x_4 = V - T; \quad x_5 = V + 3.$$

Контрольная работа №2

Раздел 2. Основы математической статистики.

Задание 2.1. Провести первичную статистическую обработку данных (не менее 25) по показателю (данные можете взять с ежегодных изданий Госкомстата, данные финансового, бухгалтерского учета предприятий и т.д.) на основе дискретного вариационного ряда.

Задание 2.2. Провести первичную статистическую обработку данных по показателю (данные можете взять с ежегодных изданий Госкомстата,

данные бухгалтерского, финансового учета предприятий и т.д.), сгруппировав на территориальные зоны или по признакам, на основе интервального вариационного ряда.

Задание 2.3. Вычислить несмещенные оценки параметров генеральной совокупности среднего значения, дисперсии, стандартного отклонения по выборкам A , используя результаты, полученные в задаче 2.1.

Задание 2.4. Вычислить несмещенные оценки параметров генеральной совокупности среднего значения, дисперсии, стандартного отклонения по выборкам B , используя результаты, полученные в задаче 2.2.

Задание 2.5. Найти доверительные интервалы для среднего значения μ , дисперсии σ^2 и стандартного отклонения σ генеральных совокупностей при доверительной вероятности j , если из генеральных совокупностей сделаны выборки используемые в задачах 2.1. и 2.2.

$$j = \begin{cases} 0,8; & n \leq 10, \\ 0,98; & 10 < n \leq 20, \\ 0,95; & n > 20. \end{cases}$$

Задание 2.6. Провести корреляционный и регрессионный анализ связи между двумя показателями на основе дискретного вариационного ряда. Использовать данные официальной статистики, бухгалтерского, финансового учета предприятий и т.д.

Задание 2.7. Провести корреляционный и регрессионный анализ связи между двумя показателями, на основе интервального вариационного ряда (например, разбиение по зонам). Использовать данные официальной статистики, бухгалтерского, финансового учета предприятий и т.д.

Задание 2.8. При уровне значимости $\alpha = 0,1$ проверить гипотезу о равенстве дисперсий двух нормально распределенных случайных величин X и Y на основе выборочных данных при альтернативной гипотезе $H_1: \sigma_x^2 = \sigma_y^2$.

X		Y	
x_i	n_i	y_i	m_i
$142 + n$	$3 + n$	$140 + n$	$5 + n$
$145 + n$	$1 + n$	$146 + n$	$3 + n$
$146 + n$	$2 + n$	$147 + n$	$2 + n$
$148 + n$	$4 + n$	$151 + n$	$2 + n$

Задание 2.9. При уровне значимости $\alpha = 0,05$ методом дисперсионного анализа проверить нулевую гипотезу о влиянии фактора на качество объекта на основании пяти измерений для трех уровней фактора Φ_1, Φ_2, Φ_3 .

№ измерений	Φ_1	Φ_2	Φ_3
1	$24 + n$	$18 + n$	$22 + n$
2	$16 + n$	$14 + n$	$15 + n$
3	$12 + n$	$10 + n$	$16 + n$
4	$5 + n$	$4 + n$	$12 + n$
5	$6 + n$	$16 + n$	$8 + n$