

МИНИСТЕРСТВО СЕЛЬСКОГО ХОЗЯЙСТВА РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего профессионального образования  
«Якутская государственная сельскохозяйственная академия»  
Экономический факультет  
Кафедра «Математика и бизнес-информатика»  
Заочное обучение

Методические указания и контрольные задания  
Дисциплина: Теория вероятностей и математическая статистика  
Направление 080100.62 Экономика

Якутск – 2014 г.

**УДК: 519.2(075.8)**

**ББК: 22.17я73**

**Г58**

Разработчик - к.п.н., доцент кафедры «Математика и бизнес-информатика» экономического факультета Гоголева И.В.

Обсуждено кафедрой «Математика и бизнес-информатика» экономического факультета, протокол заседания кафедры №4 от «4» февраля 2014 г.

Утверждено методической комиссией экономического факультета, протокол заседания методической комиссии факультета № 5 от «14» февраля 2014 г.

## 1. Цели и задачи изучения дисциплины

Цель дисциплины Б.2.Б.3. «Теория вероятностей и математическая статистика» - подготовка бакалавров экономического направления 080100.62 «Экономика» путем формирования у студентов комплекс общематематических знаний, умений и навыков, необходимых для изучения общепрофессиональных дисциплин, а также для решения общепрофессиональных задач. Исходя из цели, в процессе изучения учебной дисциплины решаются следующие задачи:

- сформировать основные понятия теории вероятностей и математической статистики;
- ознакомить с основами математического аппарата, необходимого для решения теоретических и практических задач теории вероятностей и математической статистики;
- выработать у студентов умение самостоятельно изучать математическую, учебную и научную литературу; навыки математического исследования прикладных вопросов и умение перевести экономическую задачу на математический язык;
- развить аналитическое, логическое, абстрактное, креативное мышление; повысить общий уровень математической культуры.

Учебная дисциплина Б.2.Б.3. «Теория вероятностей и математическая статистика» входит в цикл общематематических и естественнонаучных дисциплин.

Требования к входным знаниям, умениям и навыкам обучающихся:

- знать основные понятия элементарной математики, фундаментальных разделов курса высшей математики;
- уметь рассчитывать, определять, находить, вычислять, решать, оценивать, используя математические методы, алгоритмы, приемы, правила;
- владеть навыками работы с компьютером как средством управления информацией и математической обработки данных; ставить задачи, выдвигать гипотезы, описывать результаты, формулировать выводы.

Дисциплина Б.2.Б.3. «Теория вероятностей и математическая статистика» является предшествующей для следующих учебных дисциплин: Б.2.Б.2. Линейная алгебра, Б.2.Б.1. Математический анализ, Б.2.В.ОД.1 Информатика, Б.3.Б.2. Микроэкономика, Б.3.Б.1. Макроэкономика.

Знания, умения, навыки, получаемые студентами в результате изучения дисциплины, необходимы для изучения дисциплин: Б.3.Б.4. Статистика, Б.3.Б.3. Эконометрика, Б.3.В.ОД.13 Комплексный экономический анализ и других общепрофессиональных дисциплин, которые при количественном анализе применяют методы теории вероятностей, математической статистики.

## **2. Учебно-методическое и информационное обеспечение**

1. Гмурман В.Е. Теория вероятностей и математическая статистики: учебное пособие для вузов. - М.: Высшая школа, 2004.
2. Гмурман В.Е.. Теория вероятностей и математическая статистика: учебник для вузов. –М.:ЮНИТИ-ДАНА, 2006
3. Гмурман В.Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике. М., Высшая школа, 2005.
4. Общий курс высшей математики для экономистов: учебное пособие / под ред. В.И.Ермакова. - М., 2004.
5. Красс М.С., Чупрынов Б.П. Основы математики и ее приложения в экономическом образовании: Учебное пособие. - М.: Дело, 2001.
6. Высшая математика для экономистов: учебное пособие / Н.Ш. Кремер и др.. – М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2010. – 479 с.
7. Высшая математика для экономистов. Практикум для студентов вузов, обучающихся по экономическим специальностям / Н.Ш. Кремер и др. – М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2010. – 479 с.
8. Сборник задач по высшей математике для экономистов: учебное пособие / под ред. В.И.Ермакова. – М., 2004.

9. Гоголева И. В. Практикум по теории вероятностей и математической статистике. – Якутск: ЯГСХА, 2009.

#### **Дополнительная литература**

1. Колемаев В.А., Староверов О.В., Турандаевский В.Б. Теория вероятностей и математическая статистика. М., Высшая школа, 1991
2. Микулик Н.А., Рейзина Г.Н. Решение экономических задач по теории вероятностей и математической статистике. М., Высшая школа, 1984
3. Румшинский Л.З. Элементы теории вероятностей. - М.,Наука, 1988.
4. Сборник задач по теории вероятностей, математической статистике и теории случайных функций / под редакцией А.А. Свешникова. М. Наука.
5. Гоголева И. В. Методические указания и контрольные задания по курсу математики (теория вероятностей, математическая статистика). Часть 3. – Якутск: ЯГСХА, 2003.

#### **Нормативная литература**

1. Справочник по математике для экономистов / под ред. В.И. Ермакова. – М.: Высшая школа, 2009.
2. Выгодский М.Я. Справочник по высшей математике. – М., любое издание.

#### **Бесплатные информационные ресурсы экономического профиля**

[Федеральный образовательный портал «Экономика Социология Менеджмент»;](#)

[Бизнес-идеи, инвестиции, финансовый менеджмент;](#)

[Электронная библиотека экономической и деловой литературы;](#)

[Электронный портал на тему бизнеса, финансов, экономики;](#)

[Финансы.ру.](#)

#### **Бесплатные информационные ресурсы управленческого профиля**

[Кадровый менеджмент;](#)

[Корпоративный менеджмент;](#)

[Электронная библиотека экономической и деловой литературы;](#)

[Электронный портал на тему бизнеса, финансов, экономики \(раздел «Управление»\);](#)

[Финансы.ру.](#)

### **Прочие полезные для студента ресурсы**

[Энциклопедический словарь;](#)

[Коллекция общих и специальных словарей;](#)

[Словарь Брокгауза и Ефрона;](#)

[Новости мира информационных технологий;](#)

[Лаборатория виртуальной учебной литературы;](#)

[http://www.intuit.ru/;](http://www.intuit.ru/)

[http://www.edu.ru/;](http://www.edu.ru/)

[http://www.google.ru/;](http://www.google.ru/)

[http://www.yandex.ru/;](http://www.yandex.ru/)

<http://www.elibrary.ru> – Научная электронная библиотека eLIBRARY.RU;

<http://www.uisrussia.msu.ru/is4/main.jsp> - Университетская информационная система РОССИЯ (УИСРОССИЯ);

<http://www.agrovuz.ru> – Единый портал аграрных вузов России;

<http://www.rsl.ru> – Российская государственная библиотека;

<http://www.nlr.ru> – Российская национальная библиотека;

<http://www.gpntb.ru> – Государственная публичная научно-техническая библиотека;

<http://www.cnsnb.ru> – Центральная научная сельскохозяйственная библиотека;

<http://www.library.timacad.ru> – Центральная научная библиотека имени Н.И. Железнова Российского государственного аграрного университета имени К.А. Тимирязева;

### **Библиотеки Республики Саха (Якутия)**

<http://www.nlib.sakha.ru> – Национальная библиотека Республики Саха (Якутия);

<http://www.ysu.ru/library> - Научная библиотека Северо-Восточного федерального университета им. М.К. Аммосова;

<http://library.ysn.ru> – Центральная научная библиотека Якутского научного центра СО РАН;

<http://www.belinka-lib.ru> – Центральная городская библиотека им. В.Г. Белинского;

Периодические журналы;

Контрольно-измерительные материалы: [www/fipo.ru](http://www.fipo.ru).

### **Электронные ресурсы Научной библиотеки**

#### **ФГБОУ «Якутская ГСХА»**

Научная электронная библиотека. Адрес сайта: [http://www. Elibrary.ru](http://www.Elibrary.ru);

Полнотекстовая база данных «Университетская информационная система «РОССИЯ»»; Адрес сайта: [http://www. Uisrussia.msu.ru](http://www.Uisrussia.msu.ru);

Базы данных Федеральной службы по интеллектуальной собственности, патентам и товарным знакам (Роспатент). Адрес сайта: [http://www. Rupto.ru](http://www.Rupto.ru);

Университетская библиотека ОнЛайн. Адрес сайта: [http://www. Biblioclub.ru](http://www.Biblioclub.ru);

Интегрум-Техно (Integrum). Адрес сайта: [http://www. Aclient. Integrum.ru](http://www.Aclient.Integrum.ru);

Справочно-правовая система «КонсультантПлюс»;

Справочно-правовая система «Гарант».

#### **Требования к программному обеспечению учебной дисциплины**

Компьютерный класс с ППП MatLab, MathCad, Statistika, Microsoft Office 2007, 2010. ППП ТЕСТПРОГРАММА, <http://www.i-exam.ru> для контроля остаточных знаний, входного контроля.

### **3. Содержание дисциплины**

#### **Раздел 1. Основы теории вероятностей.**

Понятие вероятности события. Относительная частота события. Классификация событий. Сумма событий. Теорема о вероятности суммы несовместных событий и совместных событий. Произведение событий. Условная вероятность. Теорема о вероятности произведения событий. Формула полной вероятности.

Теорема о повторении опытов. Наивероятнейшая частота при повторении опытов.

Понятие случайной величины. Дискретные и непрерывные случайные величины. Виды законов распределения: ряд распределения, функция распределения, плотность распределения.

Числовые характеристики случайных величин. Математическое ожидание и среднее арифметическое, дисперсия и среднее квадратическое отклонение, мода и медиана.

Законы распределения случайной величины.

Многомерные случайные величины.

Закон больших чисел (неравенства Маркова и Чебышева; теорема Чебышева; теорема Бернулли; предельная теорема Ляпунова) и его практическое значение. Распределение и числовые характеристики двумерной случайной величины. Ковариация и коэффициент корреляции. Свойства коэффициента корреляции.

Случайные процессы. Марковские цепи.

#### **Раздел 2. Основы математической статистики.**

Простейшая статистическая обработка данных. Теория статистических оценок. Проверка статистических гипотез. Корреляционный анализ. Регрессионный анализ. Дисперсионный анализ.

## 4. Контрольные задания

Примечание:  $n$  – номер двух последних цифр зачетной книжки или номер по списку.

### Контрольная работа №1

#### Раздел 1. Основы теории вероятностей

**Задание 1.1.** Слово составлено из карточек, на каждой из которых написана одна буква. Затем карточки смешивают и вынимают без возврата по одной. Найти вероятность того, что буквы вынимаются в порядке заданного слова, когда заданным словом является ваша фамилия и ваше имя.

**Задание 1.2.** Устройство состоит из трех независимых элементов, работающих в течение времени  $T$  безотказно соответственно с вероятностями  $p_1, p_2, p_3$ . Найти вероятность того, что за время  $T$  выйдет из строя: а) только один элемент; б) хотя бы один элемент.

Значения параметров вычислить по следующим формулам:

$$k = |29 - n| \div 100, \text{ где } n - \text{номер по списку.}$$

$$p_1 = 1 - k, \quad p_2 = 0,95 - k, \quad p_3 = 0,85 - k.$$

**Задание 1.3.** На сборочное предприятие поступили однотипные комплектующие с трех заводов в количестве:  $29n$  с первого завода,  $50n$  со второго завода,  $n_3$  с третьего. Вероятность качественного изготовления изделий на первом заводе  $p_1$ , на втором  $p_2$ , на третьем  $p_3$ . Какова вероятность того, что взятое случайным образом изделие будет качественным?

$$k = |17 - n| \div 100, \text{ где } n - \text{номер по списку.}$$

$$p_1 = 1 - k, \quad p_2 = 0,9 - k, \quad p_3 = 0,8 - k.$$

**Задание 1.4.** В пирамиде стоят  $R$  винтовок, из них  $L$  с оптическим прицелом. Стрелок, стреляя из винтовок с оптическим прицелом, может поразить мишень с вероятностью  $p_1$ , без оптического прицела – с вероятностью  $p_2$ . Найти вероятность того, что стрелок поразит мишень, стреляя из случайно взятой винтовки.

Значение параметров вычислить по следующим формулам:

$$k = |14 - n|,$$
$$p_1 = 0,6 - \frac{k}{100}, \quad p_2 = 0,95 - \frac{k}{100},$$

$R = 5 + k$ , если  $n \leq 15$ , то  $L = 5$ , если  $V > 15$ , то  $L = 3$ .

**Задание 1.5.** В монтажном цехе к устройству присоединяется электродвигатель. Электродвигатели поставляются тремя заводами – изготовителями. На складе имеются электродвигатели этих заводов соответственно в количестве  $M_1, M_2$  и  $M_3$ , штук, которые могут безотказно работать до конца гарантийного срока с вероятностями соответственно  $p_1, p_2, p_3$ . Рабочий берет случайно один электродвигатель и монтирует его к устройству. Найти вероятность того, что смонтированный и работающий безотказно до конца гарантийного срока электродвигатель поставлен соответственно первым, вторым или третьим заводом - изготовителем.

Значения параметров вычислить по следующим формулам:

$$K = |14 - n|,$$
$$p_1 = 0,85 - \frac{K}{100}, \quad p_2 = 0,99 - \frac{K}{100}, \quad p_3 = 0,9 - \frac{K}{100},$$
$$M_1 = 25 - K, \quad M_2 = 5 + K, \quad M_3 = 20 - K.$$

**Задание 1.6.** В каждом из  $N$  независимых испытаний событие  $A$  происходит с постоянной вероятностью  $p$ . Вычислить все вероятности  $p_k = 0, 1, 2, \dots, N$ , где  $k$  – частота события  $A$ . Найти наивероятнейшую частоту.

Значение параметров  $N$  и  $p$  вычислить по следующим формулам:

$$N = \begin{cases} 11, & n \leq 10, \\ 10, & 10 < n \leq 20, \\ 9, & n > 20. \end{cases} \quad p = 0,35 + \frac{V}{100}.$$

**Задание 1.7.** В каждом из  $N$  независимых испытаний событие  $A$  происходит с постоянной вероятностью  $p$ . Найти вероятность того, что событие  $A$  происходит: а) точно  $M$  раз; б) меньше чем  $M$  и больше чем  $L$  раз; в) больше чем  $M$  раз.

Значения параметров  $N, p, M$  и  $L$  вычислить по следующим формулам:

$$N = 500 + 10n, \quad M = 250 + 10n, \quad p = 0,35 + \frac{n}{45}; \quad L = M - 50 - n.$$

**Задание 1.8.** На телефонной станции неправильное соединение происходит с вероятностью  $p$ . Найти вероятность того, что среди  $N$  соединений имеет место: а) точно  $G$  неправильных соединений; б) меньше чем  $L$  неправильных соединений; в) больше чем  $M$  неправильных соединений.

Значения параметров  $N, p, G, L$  и  $M$ , вычислить по следующим формулам:

$$D = 100n + 200; \quad p = \frac{1}{D}; \quad S = \binom{n}{7} + 1; \quad n = S \cdot D; \quad L = \text{остаток} \left( \frac{V}{6} \right) + 3;$$

$$G = \text{остаток} \left( \frac{n}{5} \right) + 1; \quad M = \text{остаток} \left( \frac{n}{8} \right) + 2.$$

**Задание 1.9.** В каждом из  $N$  независимых испытаний событие  $A$  происходит с постоянной вероятностью  $p$ . Найти вероятность того, что относительная частота  $\frac{k}{N}$  этого события отличается по абсолютной величине от вероятности  $p$  не больше чем на  $\varepsilon_1 > 0$  ( $\varepsilon_2 > 0$ ).

Значение параметров  $N, p, \varepsilon_1$  и  $\varepsilon_2$  вычислить по следующим формулам:

$$N = 600 - 10n; \quad p = 0,85; \quad \varepsilon_1 = 0,0055 - \frac{n}{10000}; \quad \varepsilon_2 = 2\varepsilon_1.$$

**Задание 1.10.** Случайная величина  $X$  задана рядом (законом) распределения

$X$	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$
$P$	$p_1$	$p_2$	$p_3$	$p_4$

Найти функцию распределения  $F(x)$  случайной величины  $X$  и построить её график. Вычислить медиану  $Me$ , моду  $Mo$ , математическое ожидание  $M(X)$ , дисперсию  $D(X)$ . Значения параметров вычислить по следующим формулам:

$$R = \text{остаток} \left( \frac{n}{4} \right) + 2;$$

$$x_1 = n + 3; \quad x_2 = x_1 + R; \quad x_3 = x_2 + R; \quad x_4 = 2R;$$

$$p_1 = \frac{1}{R+5}; \quad p_2 = \frac{1}{R+3}; \quad p_3 = \frac{41 + 33R + R^2 + R^3}{(R+3)(R+5)(8-R)}; \quad p_4 = \frac{1}{8-R}.$$

**Задание 1.11.** Случайная величина  $X$  задана функцией плотности вероятности

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0 \\ \frac{x}{k}, & 0 < x \leq R \\ 0, & x > R \end{cases}$$

Найти функцию распределения  $F(x)$  случайной величины  $X$ . Построить график функций  $f(x)$  и  $F(x)$ . Вычислить математическое ожидание  $M(X)$ , медиану  $Me(X)$ , моду  $Mo(X)$  и дисперсию  $D(X)$ .

Значение параметров  $k$  и  $R$  вычислить по следующим формулам

$$k = 2 + n, \quad R = 2 \cdot k,$$

**Задание 1.12.** Случайная величина  $X$  задана функцией распределения

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0 \\ \frac{x}{k}, & 0 < x \leq k \\ 1, & x > k \end{cases}$$

Найти функцию плотности вероятности  $f(x)$  случайной величины  $X$ . Построить графики функций  $f(x)$  и  $F(x)$ . Вычислить для  $X$  математическое ожидание  $M(X)$ , дисперсию  $D(X)$ , моду, медиану.

Значение параметра  $k$  вычислить по формуле  $k = 3 + n$

**Задание 1.13.** Задана случайная величина  $X \in N(\mu, \sigma)$  и точки  $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5$ , на числовой оси, разделяющие её на шесть интервалов. Найти вероятность того, что случайная величина  $X$  принимает значения в этих интервалах.

Значения параметров  $\mu, \sigma, x_1, x_2, x_3, x_4, x_5$  вычислить по следующим формулам:

$$\begin{aligned} \mu &= n - 10; \quad \sigma = \text{остаток} \left( \frac{n}{6} \right) + 3; \quad S = \text{остаток} \left( \frac{n}{4} \right) + 2; \quad T \\ &= \text{остаток} \left( \frac{n}{3} \right); \end{aligned}$$

$$x_1 = n - 15 - S; x_2 = V - 12 - T; x_3 = V - 5 - S; x_4 = V - T; x_5 = V + 3.$$

## Контрольная работа №2

### Раздел 2. Основы математической статистики.

**Задание 2.1.** Провести первичную статистическую обработку данных (не менее 25) по показателю (данные можете взять с ежегодных изданий Госкомстата, данные финансового, бухгалтерского учета предприятий и т.д.) на основе дискретного вариационного ряда.

**Задание 2.2.** Провести первичную статистическую обработку данных по показателю (данные можете взять с ежегодных изданий Госкомстата, данные бухгалтерского, финансового учета предприятий и т.д.), сгруппировав на территориальные зоны или по признакам, на основе интервального вариационного ряда.

**Задание 2.3.** Вычислить несмещенные оценки параметров генеральной совокупности среднего значения, дисперсии, стандартного отклонения по выборкам  $A$ , используя результаты, полученные в задаче 2.1.

**Задание 2.4.** Вычислить несмещенные оценки параметров генеральной совокупности среднего значения, дисперсии, стандартного отклонения по выборкам  $B$ , используя результаты, полученные в задаче 2.2.

**Задание 2.5.** Найти доверительные интервалы для среднего значения  $\mu$ , дисперсии  $\sigma^2$  и стандартного отклонения  $\sigma$  генеральных совокупностей при доверительной вероятности  $j$ , если из генеральных совокупностей сделаны выборки используемые в задачах 2.1. и 2.2.

$$j = \begin{cases} 0,8; & n \leq 10, \\ 0,98; & 10 < n \leq 20, \\ 0,95; & n > 20. \end{cases}$$

**Задание 2.6.** Провести корреляционный и регрессионный анализ связи между двумя показателями на основе дискретного вариационного ряда. Использовать данные официальной статистики, бухгалтерского, финансового учета предприятий и т.д.

**Задание 2.7.** Провести корреляционный и регрессионный анализ связи между двумя показателями, на основе интервального вариационного ряда (например, разбиение по зонам). Использовать данные официальной статистики, бухгалтерского, финансового учета предприятий и т.д.

**Задание 2.8.** При уровне значимости  $\alpha = 0,1$  проверить гипотезу о равенстве дисперсий двух нормально распределенных случайных величин  $X$  и  $Y$  на основе выборочных данных при альтернативной гипотезе  $H_1: \sigma_x^2 = \sigma_y^2$ .

$X$		$Y$	
$x_i$	$n_i$	$y_i$	$m_i$
$142 + n$	$3 + n$	$140 + n$	$5 + n$
$145 + n$	$1 + n$	$146 + n$	$3 + n$
$146 + n$	$2 + n$	$147 + n$	$2 + n$
$148 + n$	$4 + n$	$151 + n$	$2 + n$

**Задание 2.9.** При уровне значимости  $\alpha = 0,05$  методом дисперсионного анализа проверить нулевую гипотезу о влиянии фактора на качество объекта на основании пяти измерений для трех уровней фактора  $\Phi_1, \Phi_2, \Phi_3$ .

№ измерений	$\Phi_1$	$\Phi_2$	$\Phi_3$
1	$24 + n$	$18 + n$	$22 + n$
2	$16 + n$	$14 + n$	$15 + n$
3	$12 + n$	$10 + n$	$16 + n$
4	$5 + n$	$4 + n$	$12 + n$
5	$6 + n$	$16 + n$	$8 + n$