

МИНИСТЕРСТВО СЕЛЬСКОГО ХОЗЯЙСТВА РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«Якутская государственная сельскохозяйственная академия»
Экономический факультет
Кафедра «Математика и бизнес-информатика»
Заочное обучение

Методические указания и контрольные задания

Дисциплина: Математический анализ, часть 1

Направление 080100.62 Экономика

Якутск – 2013 г.

УДК: 512.64(075.8)

ББК: 22.143я73

Г58

Разработчик - Гоголева И.В., к.п.н., доцент кафедры «Математика и бизнес-информатика» экономического факультета

Обсуждено кафедрой «Математика и бизнес-информатика» экономического факультета, протокол заседания кафедры № 13 от «12» ноября 2013 г.

Утверждено методической комиссией экономического факультета, протокол заседания методической комиссии факультета № 3 от «21» ноября 2013 г.

1. Содержание разделов дисциплины «Математический анализ, часть 1»

Тематический план

I раздел. Основы математического анализа

Понятие множества. Числовые множества. N – мерное пространство. Постоянные и переменные величины. Ограниченные, замкнутые, открытые множества в n – мерном пространстве. Выпуклые множества. Понятие числовой последовательности. Предел последовательности. Теоремы о пределах последовательности. Понятие функции переменной. Основные элементарные функции. Основные свойства функции. Понятие предела функции. Бесконечно большие и бесконечно малые функции. Основные теоремы о пределах функций. Понятие непрерывности функции. Точки разрыва. Свойства непрерывных функций. Экономическая интерпретация непрерывности. Экономические приложения основ математического анализа.

II раздел. Основы дифференциального исчисления функции одной переменной

Понятие производной функции. Правило дифференцирования. Применение производной в экономике. Понятие дифференцируемости функции. Дифференциал функции. Формула Тейлора. Применение дифференциала в приближенных вычислениях. Производные высшего порядка. Дифференциалы высшего порядка. Приложения дифференциального исчисления: правило Лопиталя, исследование и построение графика функции. Экономические приложения дифференциального исчисления функции одной переменной.

III раздел. Основы интегрального исчисления функции одной переменной

Неопределенный интеграл и его свойства. Простейшие приемы интегрирования. Таблица основных интегралов. Интегрирование рациональных алгебраических функций, некоторых иррациональных алгебраических функций, трансцендентных функций. Определенный интеграл. Приложения определенного интеграла. Несобственный интеграл. Абсолютная и условная сходимость. Экономические приложения к понятию интеграла. Экономические приложения интегрального исчисления функции одной переменной.

2. Учебно-методическое обеспечение дисциплины

Основная литература

1. Никольский С.М. Курс математического анализа, 2008.
2. Баврин, И.И. Математический анализ, 2006.
3. Карташов, А.П. Математический анализ, 2007.
4. Берман, Г.Н. Решебник к сборнику задач по курсу математического анализа, 2008.

5. Запорожец, Г.И. Руководство к решению задач по математическому анализу, 2010.
6. Ермаков В.И. Общий курс высшей математики для экономистов: учебник для вузов/ред. Ермаков В.И. –М.: ИНФРА-М, 2005.
7. Ермаков В.И. Сборник задач по высшей математике для экономистов: учебное пособие для вузов/ред. Ермаков В.И. –М.: ИНФРА-М, 2004.
8. Красс М.С., Чупрынов Б.П. Математика для экономистов: учеб.пособие для вузов/– СПб: Питер, 2005.
9. Красс М.С. Основы математики и ее приложения в экономическом образовании: учебник для вузов/-М.:Дело, 2003.
10. Кремер Н.Ш. Высшая математика для экономистов: учебник для вузов/-М.: ЮНИТИ, 2004.
11. Шипачев В.С. Высшая математика: учебник для вузов/-М.Высш.шк., 2005.
12. Шипачев В.С. Задачник по высшей математике: учеб.пособие для вузов/– М.:Высш.шк., 2001.

Дополнительная литература

1. Справочник по математике для экономистов: учебное пособие для студентов высш.учеб.завед., обучающихся по направлению «Экономика» и экономическим специальностям/ под.ред.проф. Ермаков В.И. -3-е изд.перераб. и доп. – М.:ИНФРА-М, 2009.
2. Данко П.Е., Попов А.Г., Кожевникова Т.Я. Высшая математика в упражнениях и задачах: учебное пособие/- 5-е изд., испр. - М.: Высш.шк., 1999.
3. Клименко Ю.И. Высшая математика для экономистов: теория, примеры, задачи: учебник для вузов/– М.: Экзамен, 2005г.
4. Кремер Н.Ш. Высшая математика для экономистов: учебник для студентов высш. учеб. завед., обучающихся по экономическим специальностям/ -3-е изд. - М.:ЮНИТИ, 2009.
5. Минорский В.П. Сборник задач по высшей математике: учебное пособие для втузов/ В.П.Минорский. изд.15-е.-М.:Изд-во Физико-математической литературы, 2006.
6. Письменный Д.Т. Конспект лекций по высшей математике: в 2-х ч./ Дмитрий Письменный. М.: Айрис-пресс, 2009.
7. Пospelов А.С. Сборник задач по высшей математике, Москва: Юрайт, - 2011.
8. Гоголева И. В. Методические указания и контрольные задания по фундаментальным разделам курса математики. Часть 1. – Якутск: ЯГСХА, 2003
9. Гоголева И. В. Методические указания и контрольные задания по фундаментальным разделам курса математики. Часть 2. – Якутск: ЯГСХА, 2003.

Нормативная литература

1. Справочник по математике для экономистов / под ред. В.И. Ермакова. – М.: Высшая школа, 2009.

2. Выгодский М.Я. Справочник по высшей математике. – М., любое издание.

Бесплатные информационные ресурсы экономического профиля
[Федеральный образовательный портал «Экономика Социология Менеджмент»](#);

[Бизнес-идеи, инвестиции, финансовый менеджмент](#);

[Электронная библиотека экономической и деловой литературы](#);

[Электронный портал на тему бизнеса, финансов, экономики](#);

[Финансы.ру](#).

Бесплатные информационные ресурсы управленческого профиля

[Кадровый менеджмент](#);

[Корпоративный менеджмент](#);

[Электронная библиотека экономической и деловой литературы](#);

[Электронный портал на тему бизнеса, финансов, экономики \(раздел «Управление»\)](#);

[Финансы.ру](#).

Прочие полезные для студента ресурсы

[Энциклопедический словарь](#);

[Коллекция общих и специальных словарей](#);

[Словарь Брокгауза и Ефрона](#);

[Новости мира информационных технологий](#);

[Лаборатория виртуальной учебной литературы](#);

<http://www.intuit.ru/>;

<http://www.edu.ru/>;

<http://www.google.ru/>;

<http://www.yandex.ru/>;

<http://www.elibrary.ru> – Научная электронная библиотека eLIBRARY.RU;

<http://www.uisrussia.msu.ru/is4/main.jsp> - Университетская информационная система РОССИЯ (УИСРОССИЯ);

<http://www.agrovuz.ru> – Единый портал аграрных вузов России;

<http://www.rsl.ru> – Российская государственная библиотека;

<http://www.nlr.ru> – Российская национальная библиотека;

<http://www.gpntb.ru> – Государственная публичная научно-техническая библиотека;

<http://www.cnshb.ru> – Центральная научная сельскохозяйственная библиотека;

<http://www.library.timacad.ru> – Центральная научная библиотека имени Н.И. Железнова Российского государственного аграрного университета имени К.А. Тимирязева;

Библиотеки Республики Саха (Якутия)

<http://www.nlib.sakha.ru> – Национальная библиотека Республики Саха (Якутия);

<http://www.ysu.ru/library> - Научная библиотека Северо-Восточного федерального университета им. М.К. Аммосова;

<http://library.ysn.ru> – Центральная научная библиотека Якутского научного центра СО РАН;

<http://www.belinka-lib.ru> – Центральная городская библиотека им. В.Г. Белинского;

Периодические журналы;

Контрольно-измерительные материалы: www/fipro.ru.

Электронные ресурсы Научной библиотеки ФГБОУ «Якутская ГСХА»

Научная электронная библиотека. Адрес сайта: <http://www.Elibrary.ru>;

Полнотекстовая база данных «Университетская информационная система «РОССИЯ»; Адрес сайта: <http://www.Uisrussia.msu.ru>;

Базы данных Федеральной службы по интеллектуальной собственности, патентам и товарным знакам (Роспатент). Адрес сайта: <http://www.Rupto.ru>;

Университетская библиотека ОнЛайн. Адрес сайта: <http://www.Biblioclub.ru>;

Интегрум-Техно (Integrum). Адрес сайта: <http://www.Aclient.Integrum.ru>;

Справочно-правовая система «КонсультантПлюс»;

Справочно-правовая система «Гарант».

Требования к программному обеспечению учебной дисциплины

Компьютерный класс с ППП MatLab, MathCad, Statistika, Microsoft Office 2007, 2010. ППП ТЕСТПРОГРАММА, <http://www.i-exam.ru> для контроля остаточных знаний, входного контроля.

3. Контрольные задания

Контрольная работа 1.

Раздел 1. Основы математического анализа

Примечание: n – номер двух последних цифр зачетной книжки или номер по списку.

1.1. Найти область определения функции:

$$y = \sqrt{(10 - n)x - n} + \frac{nx}{\lg((5 - n)x^2 - 2n)}$$

1.2. Выяснить, является ли функция четной, нечетной или общего вида

$$y = \left(\frac{1}{n}\right)^x - n^x; \quad y = \lg \frac{x^2 - 4n}{8 - nx^4}$$

1.3. Найти период функции $y = \cos(nx + 3)$.

1.4. Найти указанные пределы:

$$\begin{aligned}
& 1) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x^3 + n}}{\sin \frac{\pi}{x}}; \quad 2) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{\ln(1 + nx^2)}; \\
& 3) \lim_{x \rightarrow n} \frac{x - n}{\sqrt{x + n} - \sqrt{3n - x}}; \quad 4) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{nx^2 + 2x + n - 5}{(1 - 2n)x^2 + 3x - 1}; \\
& 5) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{nx^3 + x^2 + 4x - n}{2nx + 3}; \quad 6) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x + 3n}{x^5 + nx^4 + n}; \\
& 7) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 2nx}{(1 - \cos nx)}; \quad 8) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin(nx)}{1 - \cos x}; \\
& 9) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{nx - 3}{2x + n} \right)^{x-n}; \quad 10) \lim_{x \rightarrow n} (nx - 7)^{\frac{n}{x+n}}.
\end{aligned}$$

1.5. Проверить на непрерывность функцию

$$y = \frac{nx + 1}{x^2 - n}.$$

$$n = 4$$

1.6. Затраты на производство кисломолочной продукции y (у. д. е.) выражаются уравнением $y = 100 + nx$, где x – количество месяцев. Доход от реализации продукции выражается уравнением $y = 25 + (n + 10)x$. Начиная с какого месяца производство будет рентабельным?

1.7. Функция $f(x)$ задана различными аналитическими выражениями для различных областей изменения аргумента x . Требуется: 1) найти точки разрыва функции, если они существуют; 2) найти односторонние пределы и скачок функции в точках разрыва; 3) сделать чертеж.

$$y = \begin{cases} -nx, & \text{если } x < -\frac{n}{3} \\ n - x^2, & \text{если } -\frac{n}{3} \leq x < n \\ 17 - nx, & \text{если } x > n \end{cases}$$

1.8. Товарооборот сельскохозяйственного кооператива ежемесячно увеличивается на 1 %. Через сколько месяцев товарооборот, сохраняя

темпы роста, увеличится в n раз по сравнению с первоначальным. Ответ округлить до целых.

1.9. Построить графики функции

$$1) y = x^2 - n|x| - n; \quad 2) y = \log_2(1 - nx);$$

$$3) y = \sin(nx - 1) + n; \quad 4) r = 2n(1 - \cos\varphi).$$

1.10. Размер популяции насекомых в момент t (в днях) задается функцией $P(t) = 10000n - 20013(1 - t)$. Вычислите начальную популяцию.

1.11. У годовалых лососей потребление кислорода с повышением скорости плавания возрастает экспоненциально*. Найдите зависимость между $y(v)$ – величиной потребления кислорода в час годовалым лососем – и скоростью плавания v (м/с), если известно, что $y(0) = 10n$ мг/ч, $y(4) = 50n$ мг/ч. Найдите $y(1)$ и $y(3)$.

*Экспоненциальная функция имеет вид $y = Ane^{Bv}$, где A и B – параметры.

1.12. Содержание белка (%) в скошенной траве через t (ч) выражается зависимостью $B = pe^{nct}$. Найдите параметры p и c по данным опытам.

$t, (\text{ч})$	0	n
$B, \%$	15,4	$10n$

Составьте таблицу найденной зависимости, взяв точки t через один час от 0 до 24 ч и постройте график.

1.13. Функция $x(t) = 1000n + 50(1 - 3^{-nt})$ соответствует непрерывному росту популяции бактерий от начального размера $x(0) = 1000n$ до предельного размера. Чему равны численные значения популяции в моменты времени $t = 1, 2, 3, \dots, 10$. Найдите предельный размер популяции. Постройте график.

1.14. Зависимость между возрастом коров x (лет) и суточным удоем y (л) выражается производственной функцией $y = -n + 7,1x - 0,5x^2$. Как изменится среднесуточный удой коров, если возраст их увеличился с 3 до 5 лет.

1.15. Урожай сахарной свеклы (т /га) в зависимости от количества вносимых минеральных удобрений (ц/га) выражается производственной функцией $y = nx - \frac{n}{7}$ при $0,6 < x < 6$. На другом множестве значений x формула имеет другой вид. Подсчитайте приближенно, как изменится урожай сахарной свеклы, если количество вносимых удобрений увеличить с 4 до 6 ц/га.

Контрольная работа 2.

Раздел 2. Основы дифференциального исчисления

Примечание: n – номер двух последних цифр зачетной книжки или номер по списку.

2.1. Найти производные $\frac{dy}{dx}$, пользуясь формулами дифференцирования.

$$1) y = \frac{nx - 7}{\sqrt{x^2 - nx + 5n}}; \quad 2) y = (5^{\sin 5nx} - \cos^3 nx)^n;$$

$$3) y = \arctg \sqrt{n - x^2}; \quad 4) y = \ln \sqrt[n]{\frac{1 - nx}{x^3 + 3n}};$$

$$5) y = (\arcsin 7x)^{x^3 + 3n}$$

2.2. Найти $\frac{dy}{dx}$ и $\frac{d^2y}{dx^2}$

$$1) 3x^n - ny^{1-n} + \operatorname{tg} nx + 2ny - n = 0;$$

$$2) \begin{cases} x = \arctg nt \\ y = \ln(1 + nt^2) \end{cases}$$

2.3. Найти приближенное значение указанных величин с помощью дифференциалов соответствующих функций:

$$1) \operatorname{ctg} \frac{n}{2}; \quad 2) \sqrt{5+n}.$$

2.4. Исследовать данные функции методами дифференциального исчисления и начертить их графики. Исследование и построение графика рекомендуется проводить по следующей схеме: 1) найти область существования функции; 2) исследовать функцию на непрерывность, найти точки разрыва функции и её односторонние пределы в точке разрыва; 3) выяснить, является ли данная функция четной, нечетной; 4) найти точки экстремума функции и определить интервалы ее возрастания и убывания; 5) найти точки перегиба графика функции и определить интервалы выпуклости и вогнутости графика; 6) найти асимптоты графика функции, если они имеются; 7) построить график функции, используя результаты исследования, при необходимости можно дополнительно находить точки графика, давая аргументу X ряд значений и вычисляя соответствующие значения Y .

$$y = \frac{3 - px}{(x - p)^2}$$

2.5. Найти наибольшие и наименьшие значения функции $y = f(x)$ на заданном отрезке.

$$1) y = nx^3 - x^2 + 2n \text{ на } [-n; n];$$

$$2) \frac{n - x}{nx^2 + 7} \text{ на } [0; n]$$

2.6. Требуется изготовить открытый сверху цилиндрический сосуд максимальной вместимости. Каковы должны быть размеры сосуда (радиус R и высота H , если на его изготовление имеется $S = 180(n + 7)$ дм² материала?

2.7. В прямоугольной системе координат через точку $M(n; 2n)$ проведена прямая, которая вместе с осями координат образует треугольник, расположенный в первом квадрате. Каковы должны быть отрезки, отсекаемые прямой на осях координат, чтобы площадь треугольника была наименьшей?

2.8. Резервуар, открытый сверху, имеет форму прямоугольного параллелепипеда с квадратным основанием. Каковы должны быть размеры резервуара, чтобы на его изготовление пошло наименьшее количество материала, если он должен вмещать $150n$ л воды?

2.9. Требуется вырыть силосную яму объемом $V = 12n$ м³ с квадратным дном таких размеров, чтобы на облицовку ее дна и стен пошло наименьшее количество материала. Каковы должны быть размеры ямы?

Контрольная работа 3.

Раздел 3. Основы интегрального исчисления

Примечание: n – номер двух последних цифр зачетной книжки или номер по списку.

3.1. Найти неопределённые интегралы. Результаты проверить дифференцированием.

$$1) \int e^{\cos(nx)} \cdot \sin(nx) \cdot dx; \quad 2) \int x^n \cdot \sqrt[3]{1 - x^{n+1}} \cdot dx;$$

$$3) \int x e^{nx} dx; \quad 4) \int \frac{dx}{nx^2 - x - n}$$

3.2. Вычислить определенный интеграл: а) по формуле Ньютона-Лейбница; б) приближенно по формуле трапеций, разбив интервал интегрирования на 10 частей. Найти разность между полученными значениями интеграла. Все вычисления производить с округленными до четвертого десятичного знака числами.

$$\int_{-n}^n x \cdot \sqrt{x^2 + n} \cdot dx.$$

3.3. Вычислить площадь фигуры, ограниченной параболой:

$$y = \frac{x^2}{n} - x + n \text{ и } y = -\frac{x^2}{n} + nx + 1.$$

3.4. Вычислить площадь фигуры, ограниченной астроидой

$$x = n \cdot \cos^3 t, \quad y = 2n \cdot \sin^3 t.$$

3.5. Найти объем тела, образованного вращением вокруг оси Ox фигуры, ограниченной параболой $y = \frac{n}{3}x^2$, прямой $x = \frac{n}{2}$ и осью Ox .

3.6. Найти объем тела, полученного вращением вокруг оси Ox эллипса

$$x = n \cdot \cos t, y = 2n \cdot \sin t.$$

3.7. Найти длину дуги кривой

$$y = \ln(nx) \text{ от } x_1 = 1 \text{ до } x_2 = n.$$

3.8. Найти длину одной арки циклоиды

$$x = n(t - \sin t), \quad y = n(1 - \cos t).$$

3.9. Найти длину кардиоды $r = 2n(1 - \cos \varphi)$.

3.10. Найти площадь поверхности, образованной вращением вокруг оси Ox параболы $y^2 = 2x + n$ от $x_1 = 1$ до $x_2 = n$.

3.11. Найти площадь поверхности, образованной вращением вокруг оси Ox одной арки циклоиды

$$x = n(t - \sin t), \quad y = n(1 - \cos t).$$

3.12. Найти площадь фигуры, ограниченной кардиоидой $r = 2n(1 - \cos \varphi)$ и окружностью с радиусом $r = 2n$.

3.13. Найти координаты центра тяжести однородной плоской фигуры, ограниченной дугой синусоиды $y = \sin(nx)$ и отрезком оси Ox от $x_1 = 0$ до $x_2 = \pi$.

3.14. Вычислить несобственные интегралы или установить их расходимость.

$$1) \int_1^{\infty} \frac{dx}{x^2 + x + n}; \quad 2) \int_e^{\infty} \frac{dx}{x(\ln x)^n}; \quad 3) \int_0^n x^2 e^{-x^2} dx; \quad 4) \int_0^{\pi} \frac{dx}{1 + \cos(nx)}.$$